Devoir 3.

Il est rappelé que votre copie est destinée à être lue et corrigée. En conséquence, une présentation claire et lisible est recommandée. Il en sera tenu compte dans la notation.

Exercice 1. Mouvement sur une spirale.

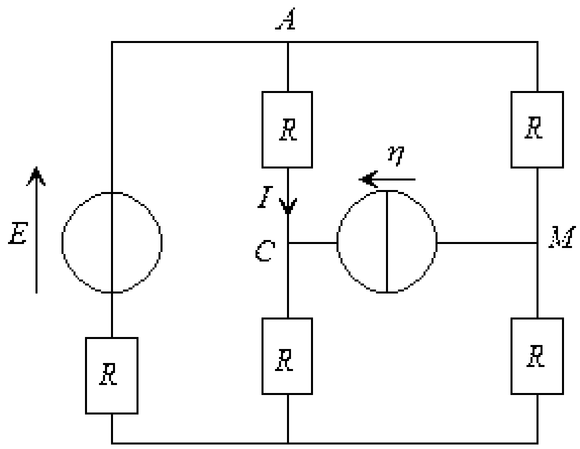
Un point *M* décrit la courbe d'équation, en coordonnées polaires $(r,\ \theta)$:
$r = r_o e^{a\theta}$ avec a, r_o et $\dot{\theta}$ des constantes.

1. Calculer, dans la base polaire, l'expression du vecteur vitesse du point matériel *M*.
   Déterminer la norme de ce vecteur vitesse.

2. On rappelle que la norme du vecteur vitesse est liée au déplacement élémentaire ds sur la courbe par la relation : $v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$.
   Déterminer l'expression de la longueur L de la courbe parcourue par le point M lorsqu'il atteint l'abscisse angulaire θ_1.
3. Déterminer les composantes radiale et orthoradiale de l'accélération.
4. On lance maintenant le point matériel de la position A correspondant à $\theta = 0$ avec une vitesse initiale v_0 tangente à la courbe en A. Les frottements du point matériel sur la courbe font que la <u>norme</u> de sa vitesse décroît selon la loi $\frac{dv}{dt} = -\alpha v$ avec α un coefficient positif. Attention, dans cette partie la vitesse angulaire n'est plus une constante.
   Déterminer l'expression de v en fonction du temps t.
   Quelle durée met le point *M* à s'arrêter ?
   Que doit valoir le paramètre α pour que le point matériel s'arrête au point *B* tel que $\theta = \theta_1$.

Exercice 2. Etude d'un réseau par différentes méthodes.

On considère le réseau linéaire suivant :



1. Déterminer l'intensité I circulant dans la branche AC en utilisant :
   - ✓ les lois de Kirchhoff ;
   - ✓ le principe de superposition.
2. En utilisant le théorème de Millman, déterminer la tension U_{CM}.

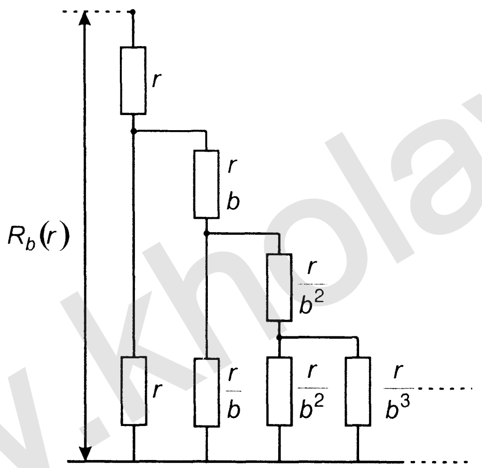
Exercice 3. Ponts diviseurs.

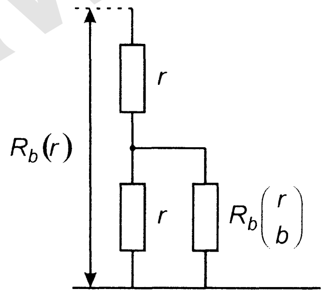
On propose de calculer la résistance équivalente de la cascade infinie de ponts diviseurs.

1. Calculer la résistance équivalente $R_b(r)$ à l'association en série d'une résistance r et d'un groupe $(r\,//\,\frac{r}{b})$.

   Calculer, de même, la résistance équivalente $R_b\left(\frac{r}{b}\right)$ de l'association série d'une résistance $\frac{r}{b}$ et d'un groupe $\left(\frac{r}{b}//\frac{r}{b^2}\right)$.

   Que constatez-vous ? En déduire une relation simple entre $R_b(r)$ et $R_b\left(\frac{r}{b}\right)$.





2. Exprimer la résistance équivalente de l'ensemble en fonction de $r, \frac{r}{b}, R_b\left(\frac{r}{b}\right)$.

   A partir des deux questions précédentes établir une équation du second degré en $R_b(r)$.
   En déduire d'expression de $R_b(r)$. Application numérique : $b = 2$.