

T8.4. Fluctuation de température du sous-sol

Le sous-sol est considéré comme un milieu homogène, semi-infini, de conductivité thermique K , de masse volumique ρ et de chaleur massique c .

La température T_s de sa surface est soumise à des variations annuelles supposées sinusoïdales telles que :

$$T_s - T_o = \theta_s(t) = \theta_o \cos \omega t.$$

Soit Ox l'axe orthogonal à cette surface, dirigé vers le sous-sol, O appartenant à la surface.

1. Que représente T_o ?
2. Soit $\theta(x, t) = T(x, t) - T_o$ l'écart de température à l'instant t et à la profondeur x .

Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de $\theta(x, t)$.

On posera : $D = \frac{K}{\rho c}$ (diffusivité thermique).

3. Soit $\theta(x, t)$ la solution sinusoïdale permanente. On associe à cette solution la grandeur complexe $\tilde{\theta}(x, t)$.

Montrer que $\tilde{\theta}(x, t) = A \exp j\omega t \exp\left(-\sqrt{\frac{j\omega}{D}}x\right)$.

En déduire l'expression de $\theta(x, t)$. Déterminer A .

Commenter le résultat.

Exprimer la vitesse v de propagation de la chaleur, la calculer si $D = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.