T8.2. Sédimentation.

On disperse N particules identiques, assimilées à des boules de masse m et de rayon a dans un bécher cylindrique de section S rempli d'eau.

1. Une particule dispersée est soumise à son poids et à une force de frottement fluide donnée par la formule de Stokes : $\vec{f} = -6\pi\eta a\vec{v}$ où η est le coefficient de viscosité de l'eau.
   Déterminer la vitesse limite v_L des particules dispersées, supposée atteinte très rapidement.
   En déduire le nombre de particules dispersées δN_S traversant une section horizontale du bécher entre les instants t et $t + dt$, en fonction notamment de la densité particulaire $n(z)$.
2. Du fait de l'existence d'un gradient de densité particulaire, un phénomène de diffusion se superpose au phénomène étudié dans la question 1.
   Exprimer le nombre de particules dispersées δN_D diffusées à travers une section horizontale du bécher entre les instants t et $t + dt$, en fonction notamment du coefficient de diffusion D et de $\frac{dn}{dz}$.
3. En déduire en régime permanent une équation différentielle donnant $n(z)$ et donner sa solution.
   En admettant que $n(z)$ est aussi donnée par un facteur de Boltzmann $\exp\left(-\frac{mgz}{kT}\right)$,
   en déduire une relation entre D, a, η, T et la constante de Boltzmann k.
   On donne à T = 293 K les coefficients de diffusion $D = 6{,}9.10^{-11}$ m^2.s^{-1} de l'hémoglobine dans l'eau et $D = 1{,}\ 8.10^{-9}$ m^2.s^{-1} du dioxygène dans l'eau, ainsi que le rayon a = 3 nm d'une molécule d'hémoglobine. En déduire le coefficient de viscosité de l'eau η et le rayon d'une molécule de dioxygène.