

### T8.1. Injection d'un soluté dans une veine.

Une veine est schématisée par un tube horizontal de très faible diamètre d'axe  $x'x$  dans lequel s'écoule le sang à la vitesse constante  $\vec{v} = v\vec{i}$  ( $v > 0$ ). Au point  $O$  d'abscisse  $x = 0$  on injecte un soluté  $S$  goutte à goutte avec un débit tel que la concentration molaire  $c_0$  de soluté en ce point reste constante.

Soit  $c(x, t)$  la concentration à la date  $t$  dans une section d'abscisse  $x$ . On note  $\vec{J}_D$  la densité molaire de courant dû à la diffusion du soluté dans le sang, le coefficient de diffusion  $D$  étant considéré comme constant. L'étude porte sur le phénomène de diffusion à contre-courant c'est-à-dire en tout point défini par une abscisse  $x < 0$ .

1. Etablir l'équation aux dérivées partielles vérifiées par  $c(x, t)$ .
2. Résoudre cette équation et exprimer  $c(x)$  lorsque le régime permanent est établi.
3. Un organe situé en amont du point d'injection à la distance  $d$  ne doit pas recevoir une concentration dépassant  $c_m$  du produit perfusé. Déterminer l'expression de la concentration  $c_0$  de façon que la concentration reçue par l'organe soit au maximum égale au 1/1000 de la dose critique.