T6.5. Machine à vapeur.

On adopte le modèle de machine à vapeur suivant : un système fermé constitué d'un kg d'eau sous deux phases liquide et vapeur décrit un cycle *ABCD*. Les évolutions *BC* et *DA* sont adiabatiques et réversibles; les évolutions *AB* et *CD* sont isothermes-isobares. On note *x* le titre massique en vapeur. Les données concernant le cycle sont résumées dans le tableau ci-après.

	A	B	C	D
p en bar	20	20	1	1
T en K	485	485	373	373
x	0	1	x_C	x_D

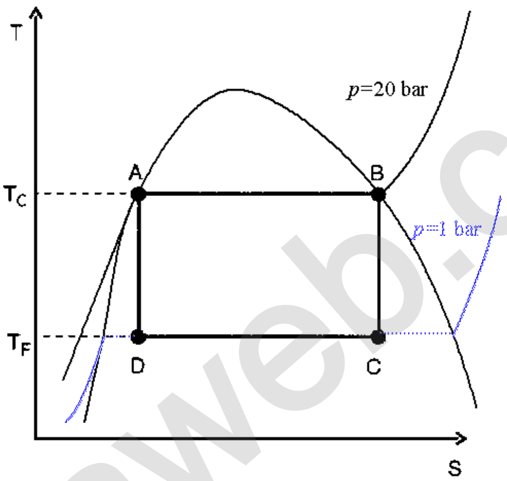
On donne les extraits suivants des tables thermodynamiques de l'eau :

		Liquide juste saturé $x_V = 0$			Vapeur saturante-sèche $x_V = 1$		
T	p	v_L	h_L	s_L	v_V	h_V	s_V
K	bar	$m^3.kg^{-1}$	$kJ.kg^{-1}$	$kJ.K^{-1}.kg^{-1}$	$m^3.kg^{-1}$	$kJ.kg^{-1}$	$kJ.K^{-1}.kg^{-1}$
485	20	$1{,}18.10^{-3}$	909	2,45	0,0998	2 801	6,35
373	1	$1{,}04.10^{-3}$	418	1,30	1,70	2 676	7,36

1. Donner l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron. Faire aussi figurer la courbe de saturation.
2. Calculer les titres en vapeur x_C et x_D, les volumes massiques v_C et v_D, les enthalpies massiques h_C et h_D et les énergies internes massiques u_C, u_D, u_A, u_B.
3. Calculer les travaux et les transferts thermiques reçus par l'eau au cours de chacune des évolutions *AB*, *BC*, *CD* et *DA*.
4. Définir le rendement thermodynamique *r* de cette machine et le calculer.
   Comparer *r* au rendement d'un moteur de Carnot fonctionnant entre des sources à T_c = 485 K et T_f = 373 K ; commenter le résultat.

T6.5. Machine à vapeur.

1. Allure du cycle.



Le point A est placé sur la courbe d'ébullition car le titre en vapeur en ce point est nul et la pression est égale à la pression de vapeur saturante à cette température. Le point B est lui situé sur la courbe de rosée car le titre en vapeur est égal à 1 et que la pression pour ce point est la pression de vapeur saturante à cette température.

2. Caractéristiques des différents états.

● La transformation DA est isentropique, on peut alors écrire que :

$$s_A = s_D \Rightarrow s_{l(485K)} = x_{vD} s_{v(373K)} + (1 - x_{vD}) s_{l(373K)}$$

$$x_{vD} = \frac{s_{l(485K)} - s_{l(373K)}}{s_{v(373K)} - s_{l(373K)}}$$

$$x_{vD} = \frac{2,45 - 1,3}{7,36 - 1,3} = 0,190$$

De la même manière on obtient en utilisant le caractère isentropique de la transformation BC le titre en vapeur au point C :

$$x_{vC} = 0,833$$

● Le volume massique est défini en un point de la transformation par :

$$v = \frac{V}{m} = \frac{V_v + V_l}{m} = \frac{m_v v_v + m_l v_l}{m} = \frac{m_v v_v + (m - m_v) v_l}{m}$$

$$v = x_v v_v + (1 - x_v) v_l$$

Au point C :

$$v_C = x_{v_C} v_{v(373K)} + (1 - x_{v_C}) v_{l(373K)}$$

$$v_C = 1,42 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

De la même manière, on obtient au point D :

$$v_D = 0,324 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

● Pour l'enthalpie massique, on suit le même type de définition que pour le volume massique.
On obtient ainsi pour le point C :

$$h_C = x_{v_C} h_{v(373K)} + (1 - x_{v_C}) h_{l(373K)}$$

$$h_C = 2,299.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

De même :

$$h_D = 847 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

● L'énergie interne massique est définie par : $u = h - pv$. On obtient :

$$u_A = 907 \text{ kJ/kg} \quad ; \quad u_B = 2601 \text{ kJ/kg} \quad ; \quad u_C = 2157 \text{ kJ/kg} \quad ; \quad u_D = 815 \text{ kJ/kg}$$

3. Bilan énergétique.

● Pour la transformation *AB* isobare isotherme:

$$w_{AB} \underset{isobare}{=} - p_A\left(v_B - v_A\right) = -p_A\left(v_{v(485K)} - v_{l(485K)}\right)$$

$$w_{AB} = -20.10^5(0,0998 - 1.18.10^{-3}) = -197,2 \text{ kJ/kg}$$

Sur une transformation isobare, la quantité de chaleur échangée par le système avec l'extérieur est égal à la variation d'enthalpie du système. Soit :

$$q_{AB} = h_B - h_A$$

$$q_{AB} = 1892 \text{ kJ/kg}$$

● Pour la transformation *BC* adiabatique et réversible :

$$q_{BC} = 0$$

$$w_{BC} = u_C - u_B = -444 \text{ kJ/kg}$$

● Pour la transformation *CD* isobare isotherme :

$$w_{CD} \underset{isobare}{=} - p_C\left(v_D - v_C\right)$$

$$w_{CD} = 109 \text{ kJ/kg}$$

$$q_{CD} = h_D - h_C$$

$$q_{CD} = -1452 \text{ kJ/kg}$$

● Pour la transformation *DA* adiabatique et réversible :

$$q_{DA} = 0$$

$$w_{DA} = u_A - u_D = 92 \text{ kJ/kg}$$

Le travail total massique échangé par cette machine est :

$$w = w_{AB} + w_{BC} + w_{CD} + w_{DA}$$

$$w = -440 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Comme $w < 0$ la machine étudié est bien un moteur.

4. Rendement.

Le rendement *r* de cette machine est défini par le quotient du rapport entre la grandeur valorisable (ici la valeur absolue du travail *w* total échangé avec le monde extérieur) et la grandeur coûteuse (q_{AB} énergie nécessaire pour effectuer la transition de phase entre les états *A* et *B*).

$$r = \frac{|w|}{q_{AB}} = 0,23$$

Le rendement de Carnot s'exprime en fonction de la température des sources par :

$$r_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0,23$$

Le moteur étudié décrivant un cycle de Carnot (deux isothermes, deux adiabatiques réversibles) il est donc normal de trouver son rendement égal à celui de Carnot.

Il est à noter que ce rendement maximal d'un moteur est indépendant de la nature du fluide utilisé.