T5.17. Etude d'une machine frigorifique.

1. Températures.

Dans un diagramme de Clapeyron, l'isotherme de plus basse température se situe en bas à gauche.

Le point *D* correspond au point le plus froid atteint lors du cycle décrit.

Ce point étant atteint après une détente isentropique d'un gaz parfait de coefficient *gamma* constant, on peut alors utiliser la loi de Laplace sur la transformation *CD* :

$$P_D^{1-\gamma}T_D^{\gamma} = P_C^{1-\gamma}T_C^{\gamma} \ \rightarrow \ T_D = \left(\frac{P_C}{P_D}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C$$

$$T_D = \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C \qquad\qquad T_D = 244 \text{ K}$$

Comme la transformation *FG* est aussi une isentropique, on utilise de nouveau la loi de Laplace :

$$P_G^{1-\gamma}T_G^{\gamma} = P_F^{1-\gamma}T_F^{\gamma} \ \rightarrow \ T_G = \left(\frac{P_F}{P_G}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_F = \left(\frac{1}{\tau}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_F$$

$$T_G = \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_F \qquad\qquad T_G = 321 \text{ K}$$

2. Expressions des différents transferts thermiques.

Les étapes *CD* et *FG* sont des transformations adiabatiques, les transferts thermiques sont alors nuls.

$$Q_{CD} = Q_{FG} = 0$$

Sur les isobares, l'énergie échangée par chaleur est égale à la variation d'enthalpie du gaz parfait :

$$Q_{DF} = \Delta H_{DF} = C_P\left(T_F - T_D\right) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\left(T_F - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C\right) \qquad\qquad Q_{DF} = 2,7 \text{ kJ}$$

$$Q_{GC} = \Delta H_{GC} = C_P\left(T_C - T_G\right) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\left(T_C - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_F\right) \qquad\qquad Q_{GC} = -3,3 \text{ kJ}$$

Au cours de l'étape *DF*, le gaz reçoit de l'énergie de la part de la source froide (enceinte) ce qui permet de maintenir constante la température de celle-ci. L'enceinte ne devant pas être parfaitement calorifugée en dehors de cet échange thermique avec le gaz de la machine frigorifique, sa température doit légèrement augmenter sur un cycle élémentaire. Le fait de céder de l'énergie au gaz a pour effet de refroidir l'enceinte et donc de maintenir ainsi sa température constante.

Pendant la transformation *GC*, le gaz évacue par transfert thermique avec la source chaude un excédent d'énergie. Cette source chaude peut être considérée comme un thermostat et ne voit pas ainsi sa température évoluée.

3. Travail reçu.

Sur le cycle :

$$\Delta U = Q_{DF} + Q_{GC} + W = 0$$

$$W = -\left(Q_{DF} + Q_{GC}\right) = -\frac{nR\gamma}{\gamma-1}\left(\left(T_F - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C\right) + \left(T_C - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_F\right)\right)$$

$$W = 5,9.10^2 \text{ J}$$

4. Efficacité.

Le transfert thermique utile correspond à la chaleur qui est prélevée à l'enceinte. Le transfert énergétique onéreux correspond au travail électrique fourni à la machine. L'efficacité *e* de cette machine s'écrit :

$$e = \frac{Q_{DF}}{W}$$

$$e = -\frac{\left(T_F - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C\right)}{\left(T_F - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C\right) + \left(T_C - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_F\right)} = -\frac{1}{1 + \dfrac{T_C - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_F}{T_F - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C}} = -\frac{1}{1 - \dfrac{\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_F - T_C}{T_F - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} T_C}} =$$

$$e = -\frac{1}{1 - \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$e = \frac{1}{\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} \qquad e = 4,56$$

5. Efficacité maximale.

L'efficacité maximale est obtenue pour un cycle réversible de Carnot qui ne dépend que de la température des sources.

$$e_{Carnot} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \qquad e_{Carnot} = 7,5$$

L'efficacité de la machine étudiée est inférieure à l'efficacité de Carnot car les deux étapes isobares quoique mécaniquement réversibles ne sont pas thermiquement réversibles. Seule l'isotherme est une transformation mécaniquement réversible et thermiquement réversible. La non réversibilité thermique réduit ainsi l'efficacité de cette machine frigorifique.