

T5.16. Moteur irréversible. Inégalité de Clausius.

Sur un cycle élémentaire les principes de la thermodynamique s'écrivent :

$$\delta Q_1 + \delta Q_2 + \delta W = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} \leq 0 \quad (2)$$

Comme $dT_1 < 0$ et que $\delta Q_1 > 0$, le moteur reçoit de l'énergie de la source chaude, l'expression de δQ_1 est alors $\delta Q_1 = -\mu dT_1$.

De même comme $dT_2 > 0$ et que $\delta Q_2 < 0$, le moteur cède de l'énergie à la source froide, l'expression de δQ_2 est alors $\delta Q_2 = -5\mu dT_2$.

L'équation (2) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$-\frac{\mu dT_1}{T_1} - \frac{5\mu dT_2}{T_2} \leq 0 \Rightarrow \frac{dT_1}{T_1} + 5\frac{dT_2}{T_2} \geq 0$$

L'intégration de cette dernière équation entre l'état initial et l'état final où le moteur s'arrête de fonctionner donne :

$$\ln \frac{T_F}{T_{1i}} + 5 \ln \frac{T_F}{T_{2i}} = \ln \frac{T_F}{T_{1i}} + \ln \left(\frac{T_F}{T_{2i}} \right)^5 = \ln \frac{T_F^6}{T_{1i} T_{2i}^5} \geq 0$$

$$\frac{T_F^6}{T_{1i} T_{2i}^5} \geq 1$$

$$T_F \geq (T_{1i} T_{2i}^5)^{\frac{1}{6}}$$

Comme le dispositif étudié est un moteur, la relation (1) peut s'écrire :

$$\delta Q_1 + \delta Q_2 = -\delta W > 0$$

$$-\mu dT_1 - 5\mu dT_2 > 0 \Rightarrow dT_1 + 5dT_2 > 0$$

$$(T_f - T_{1i}) + 5(T_f - T_{2i}) < 0$$

$$T_f < \frac{T_{1i} + 5T_{2i}}{6}$$

On trouve finalement l'endrement suivant :

$$287,6 \text{ K} < T_f < 289,7 \text{ K}$$