

T4.10. Entrée d'air. Bilan entropique.

1. Travail et chaleur.

On considère le système fermé constitué de l'air intérieur à la boîte et d'une partie de l'air extérieur qui rentre dans la boîte. L'air est assimilé à un gaz parfait, l'énergie interne ne dépend alors que de la température

Comme les états extrêmes de température sont les mêmes on a :

$$\Delta U = W + Q = 0 \rightarrow Q = -W$$

D'autre part :

$$W = -\int p_{ext} dV = -\int p_o dV = -p_o \Delta V$$

$$W = -p_o (V_o - (V_o + V_{air})) = p_o V_{air}$$

Il y a équilibre du système dans l'état final lorsqu'un volume V_{air} a pénétré dans la boîte et que cela assure l'égalité des pressions entre l'intérieur du système et l'extérieur.

Dans la boîte à l'état initial :

$$p_o (1-x)V_o = n_i RT_o \quad \text{avec } n_i \text{ quantité de matière initiale de gaz}$$

Dans la boîte à l'état final :

$$p_o V_o = n_f RT_o \quad \text{avec } n_f \text{ quantité de matière finale de gaz}$$

La quantité de matière d'air ayant pénétrée dans la boîte est égale à :

$$n_f - n_i = \frac{P_o V_o}{RT_o} (1 - (1-x)) = x \frac{P_o V_o}{RT_o}$$

Cette quantité de matière est contenue dans le volume V_{air} tel que :

$$P_o V_{air} = x \frac{P_o V_o}{RT_o} RT_o$$

$$V_{air} = x V_o$$

On obtient ainsi :

$$W = -Q = x p_o V_o$$

2. Bilan entropique.

L'entropie étant une fonction d'état extensive on a :

$$\Delta S = \Delta S_{air} + \Delta S_{air \text{ boîte}}$$

Comme les caractéristiques de la partie du système qui rentre dans la boîte sont identiques à l'état initial et à l'état final on a : $\Delta S_{air} = 0$

On utilise l'identité thermodynamique pour déterminer la variation d'entropie de l'air contenue dans la boîte.

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p}{T} dV = C_v \frac{dT}{T} + n_i R \frac{dV}{V} \quad \text{or } dT = 0 \rightarrow dS = n_i R \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = n_i R \ln \frac{V_{final}}{V_{initial}} = n_i R \ln \frac{p_o (1-x)}{p_o} = \frac{p_o (1-x) V_o}{T_o} \ln(1-x)$$

L'entropie d'échange S_e s'écrit dans le cas de cette transformation monotherme :

$$S_e = \int \frac{\delta Q}{T_{ext}} = \frac{Q}{T_o}$$

Comme les états extrêmes de température du système sont les mêmes on a :

$$\Delta U = \Delta U_{air} + \Delta U_{air\ boite} = \Delta U_{air\ boite} = W + Q = 0$$

$$Q = -W$$

$$S_e = -\frac{W}{T_o} = -\frac{xp_oV_o}{T_o}$$

La variation d'entropie de ce système s'écrit :

$$\Delta S = S_e + S_c$$

L'entropie liée à l'irréversibilité de la transformation a pour expression :

$$S_c = \Delta S - S_e = \frac{p_o(1-x)V_o}{T_o} \ln(1-x) + \frac{xp_oV_o}{T_o}$$

$$S_c = \frac{p_oV_o}{T_o} [x + (1-x)\ln(1-x)]$$

Dans le cas où $x \ll 1$ on a : $\ln(1-x) \approx -x - \frac{x^2}{2}$ d'où :

$$S_c = \frac{1}{2} \frac{p_oV_o}{T_o} x^2 > 0$$