T3.17. Remplissage d'un récipient initialement vide.

Enoncé.

Un récipient de volume *Vo*, fermé par une vanne, dont les parois ainsi que la vanne sont supposés athermanes, est initialement vide. Il est placé dans l'air ambiant (assimilable à un gaz parfait) à la température *To* et à la pression *Po*.

On ouvre la vanne, l'air pénètre très rapidement dans le récipient, on referme la vanne lorsque l'équilibre de pression est réalisé. L'air dans le récipient se retrouve dans un état d'équilibre à la température T_1.

1. Calculer T_1.
2. Calculer la variation d'énergie interne ΔU de l'air entré dans le récipient.

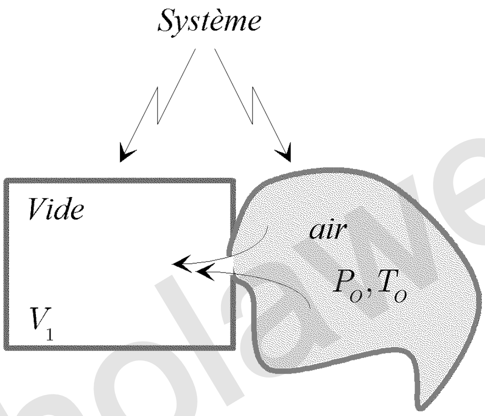
Données: $Po = 10^5$ Pa, $Vo = 2{,}0$ L, $To = 300$ K et $\gamma = 1{,}4$.

T3.17. Remplissage d'un récipient initialement vide.

Corrigé.

1. Détermination de la température.

On étudie le système fermé constitué du récipient et de la partie de l'air de volume *Vo* qui à l'instant initial se trouve dans l'atmosphère et qui par la suite rentre dans ce récipient de volume V_1.



Comme la transformation est rapide et que le récipient possède des parois athermanes on peut la considérer comme adiabatique.

Le premier principe s'écrit alors :

$$\Delta U = W = -\int_{V_i}^{V_f} p_{ext} dV$$

Comme la pression extérieure p_{ext} est constante et égale à P_O on obtient :

$$\Delta U = W = -P_O\left(V_f - V_i\right) = -P_O\left(V_1 - \left(V_1 + V_O\right)\right)$$
$$\Delta U = W = P_O V_O$$

Comme l'air est assimilé à un gaz parfait on a :

$$P_O V_O = nRT_O$$
$$\Delta U = nC_{vm}\Delta T = nC_{vm}\left(T_1 - T_O\right)$$

Ce qui permet d'exprimer la température finale T_1 :

$$nC_{vm}\left(T_1 - T_O\right) = nRT_O$$
$$T_1 = \frac{R + C_{vm}}{C_{vm}} T_O$$

L'utilisation de la relation de Mayer $C_{pm} - C_{vm} = R$ donne :

$$T_1 = \frac{C_{pm}}{C_{vm}} T_O$$
$$\boxed{T_1 = \gamma T_O} \qquad T_1 = 420 \text{ K}$$

2. Variation d’énergie interne.

On utilise l’équation d’état du gaz parfait :

$$P_O V_O = nRT_O$$

$$P_O V_1 = nRT_1 \quad \rightarrow \qquad nR = \frac{P_O V_1}{T_1}$$

$$\Delta U = P_O V_O = nRT_O = \frac{P_O V_1}{T_1} T_O$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{P_O V_1}{\gamma}} \qquad \Delta U = 1,4.10^2 \text{ J}$$