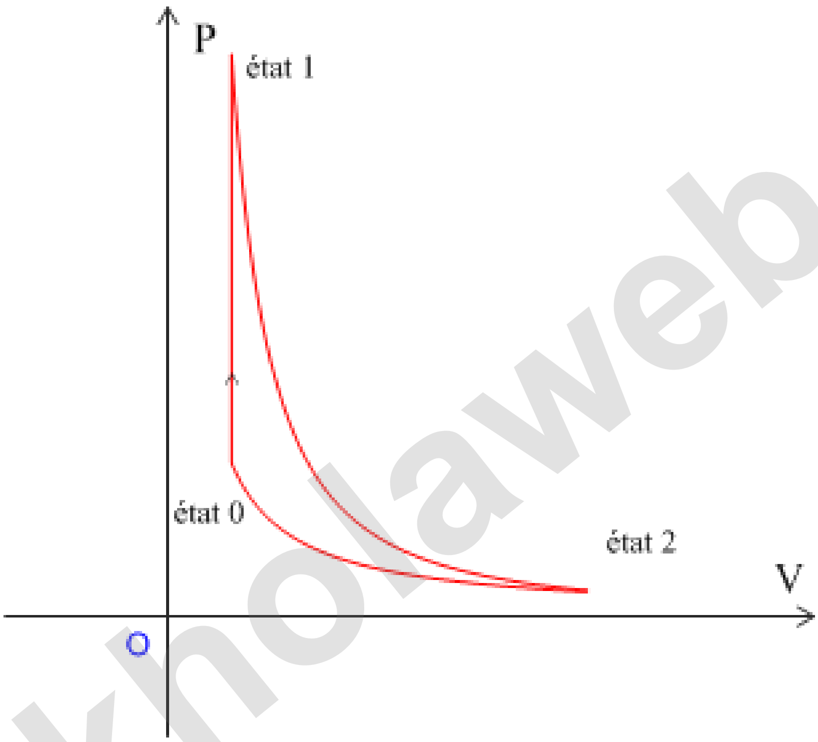
T3.12. Transformations cycliques d'un gaz parfait.

$$\begin{array}{ccccc} \text{\textit{état} } 0 & \xrightarrow[\text{\textit{échauffement isochore}}]{(a)} & \text{\textit{état} } 1 & \xrightarrow[\text{\textit{détente adiabatique}}]{(b)} & \text{\textit{état} } 2 \\ P_o, V_o, T_o & & P_1, V_1 = V_o, T_1 & & P_2, V_2, T_2 = T_o \end{array}$$

$$\xleftarrow[\text{\textit{compression isotherme}}]{(c)}$$

1. Représentation du cycle.

Les différentes transformations envisagées sont supposées mécaniquement réversibles pour pouvoir écrire que $p = p_{gaz} = p_{ext}$.



2. Travail et chaleur échangés.

***** Sur la transformation isochore (a) :

$Wa = 0$

$$\Delta U_a = Q_a = nC_{Vm}\left(T_1 - T_o\right) = n\frac{3}{2}R\left(T_1 - T_o\right) \text{ or } P_oV_o = nRT_o$$

$$Q_a = \frac{3}{2}\frac{P_oV_o}{T_o}\left(T_1 - T_o\right)$$

* Sur la transformation adiabatique :

$$Q_b = 0$$

$$\Delta U_b = nC_{Vm}\left(T_o - T_1\right) = W_b$$

$$W_b = \frac{3}{2}\frac{P_oV_o}{T_o}\left(T_o - T_1\right) = -Q_a$$

* Sur la transformation isotherme :

$$\Delta U_c = 0 = W_c + Q_c \quad \Rightarrow \quad W_c = -Q_c = -\int p_{ext} dV = -\int pdV \text{ (transformation réversible)}$$

$$W_c = -nRT_o \int_2^o \frac{dV}{V} = -\, nRT \ln \frac{V_o}{V_2}$$

La transformation (b) étant une détente adiabatique réversible d'un gaz parfait de coefficient γ constant, la loi de Laplace est applicable :

$$T_1 V_o^{\gamma-1} = T_o V_2^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad V_2 = V_o \left(\frac{T_1}{T_o} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

On obtient :

$$W_c = -Q_c = \frac{P_o V_o}{\gamma - 1} \ln \frac{T_1}{T_o} =$$

$$W_c = -Q_c = \frac{3}{2} P_o V_o \ln \frac{T_1}{T_o}$$