

T3.7. Travail des forces de pression.

Énoncé.

Partie A.

On réalise la compression isotherme d'une mole de gaz parfait contenu dans un cylindre de section S . On suppose que le poids du piston est négligeable devant les autres forces intervenant dans le problème. La température T_0 est maintenue constante par un thermostat. P_1 et P_2 sont les pressions initiale et finale. P_1 est la pression atmosphérique.

1. Comment réaliser une compression isotherme ?
2. Représenter graphiquement cette transformation en coordonnées (V, P) .
3. Calculer le travail fourni W_1 à une mole de gaz parfait.

Partie B.

On réalise maintenant cette compression brutalement; en posant sur le piston de section S une masse M calculée de telle sorte que la pression finale à l'équilibre soit P_2 à la température T_0 .

4. Discuter ce qui se passe.
5. Calculer le travail fourni W_2 à une mole de gaz parfait.

Partie C.

6. Représenter le travail fourni dans ces deux situations en traçant $y = W_1/P_1V_1$ et $y' = W_2/P_2V_2$ en fonction de $x = P_2/P_1$.

On vérifiera que le travail fourni au gaz dans la transformation brutale, décrite ici, est toujours supérieur au travail fourni lors de la compression isotherme quasi statique.

Partie D.

On effectue l'expérience en deux étapes successives: compression brutale de P_1 à $2P_1$ puis de $2P_1$ à P_2 , avec $P_1 < 2P_1 < P_2$.

7. Comparer avec les situations antérieures. Conclure.

T3.7. Travail des forces de pression.

Corrigé.

Partie A.

1. Réalisation d'une compression isotherme de la pression P_1 à la pression P_2 .

Une transformation *isotherme* est une transformation *quasi statique* et *mécaniquement réversible* au cours de laquelle la température du système est constante et égale à celle du milieu extérieur.

Une transformation est *quasi statique* lorsqu'elle amène le système d'un état d'équilibre initial à un état d'équilibre final en le faisant passer par une succession continue d'états d'équilibre.

Une transformation est dite *mécaniquement réversible* si elle est quasi statique et si en outre à chaque instant de l'évolution il y a équilibre mécanique entre le système considéré et l'extérieur avec lequel il est en contact.

S'il y avait un équilibre parfait entre le système et le milieu extérieur il ne pourrait pas se produire de transformation : pour que celle-ci puisse exister il est donc nécessaire qu'il existe un très faible déséquilibre tel que si on le supprime, l'évolution progresse alors dans le sens contraire en repassant exactement par les mêmes états intermédiaires mécaniques.

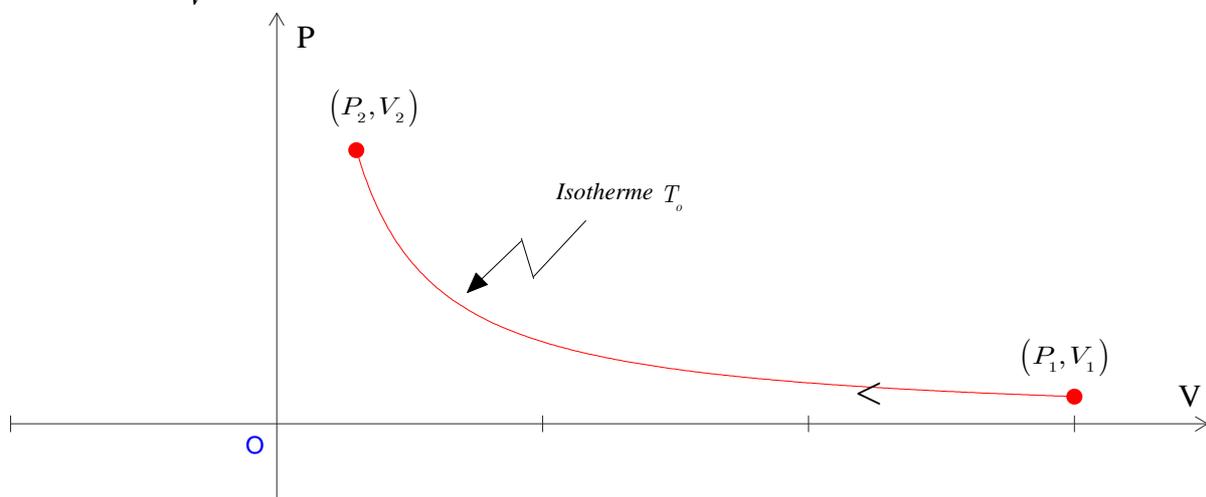
L'exercice étudie une compression *isotherme* d'un gaz parfait de la pression P_1 à la pression P_2 : à chaque étape de l'évolution, le travail mécanique fourni par l'extérieur au système doit être intégralement échangé par chaleur par le système avec l'extérieur (les parois du système sont nécessairement diathermanes). Pour que cet échange soit complet cela impose de procéder très lentement : on peut, par exemple, déposer très progressivement un à un des grains de sable sur le piston de telle manière à ce que la pression extérieure (et donc celle du système) passe de façon quasi continue de la pression P_1 à la pression P_2 .

2. Représentation graphique.

Au cours d'une transformation isotherme à la température T_0 d'un gaz parfait, l'équation d'état permet d'écrire que :

$$PV = nRT_0 = \text{Cste}$$

$$P = \frac{\text{Cste}}{V}$$



3. Travail fourni.

On étudie le système constitué du cylindre, du piston sans masse et du gaz parfait.

Le travail élémentaire s'écrit :

$$\delta W_1 = -p_{ext} dV \underset{\substack{\text{mécaniquement} \\ \text{réversible}}}{=} -p_{gaz} dV = -nRT_o \frac{dV}{V}$$

Or :

$$PV = nRT_o = Cste \Rightarrow d(PV) = 0$$

$$PdV + VdP = 0$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{P}$$

On obtient ainsi :

$$\delta W_1 = -nRT_o \frac{dV}{V} = nRT_o \frac{dP}{P}$$

$$W_1 = \int_{P_1}^{P_2} nRT_o \frac{dP}{P} = nRT_o \int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P}$$

$$W_1 = nRT_o \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Partie B.

4. Caractéristiques de la transformation.

Il y a maintenant une descente brusque du piston. La transformation n'est plus mécaniquement réversible car la pression du gaz n'est pas définie au cours de l'évolution. Cette compression est non représentable par une courbe dans le diagramme P, V : seuls les points correspondant à l'état initial et l'état final peuvent y être figurés.

Cependant la pression extérieure $P_2 = P_1 + \frac{Mg}{S}$ et la température extérieure sont considérées comme constantes.

Le gaz subit une évolution monobare à la pression P_2 et monotherme à la température T_o .

5. Travail.

Le travail élémentaire s'écrit :

$$\delta W_2 = -P_{ext} dV \underset{\substack{\text{mécaniquement} \\ \text{réversible}}}{=} -P_2 dV$$

$$W_2 = -\int_{V_1}^{V_2} P_2 dV = -P_2 \int_{V_1}^{V_2} dV$$

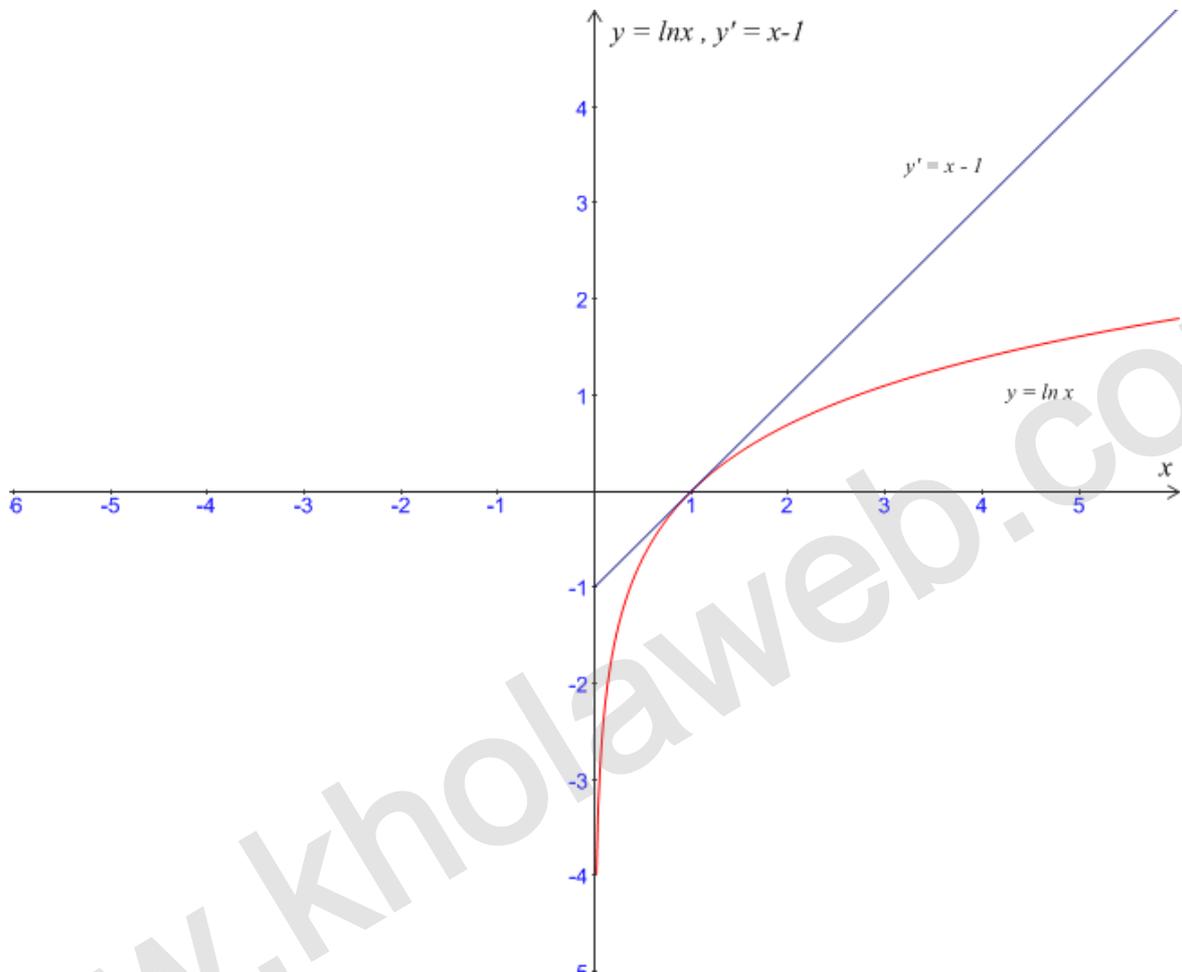
$$W_2 = -P_2 (V_2 - V_1) = P_2 V_2 \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right)$$

$$\boxed{W_2 = nRT_o \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)}$$

Partie C.

6. Représentations graphiques.

On pose : $y = \frac{W_1}{nRT_o} = \ln \frac{P_2}{P_1} = \ln x$ et $y' = \frac{W_2}{nRT_o} = \frac{P_2}{P_1} - 1 = x - 1$



On peut remarquer que : $y' \geq y$. Le travail fourni lors de la compression isotherme qui est mécaniquement réversible est plus faible que celui fourni lors de la compression brutale qui n'est pas mécaniquement réversible.

Partie D.

7. Compressions en deux étapes.

On calcule le travail total fourni au système lors d'une nouvelle compression effectuée de manière brutale mais cette fois en deux étapes successives.

Pour la première étape :

$$W = nRT_o \left(\frac{2P_1}{P_1} - 1 \right)$$

Pour la seconde étape :

$$W' = nRT_o \left(\frac{P_2}{2P_1} - 1 \right)$$

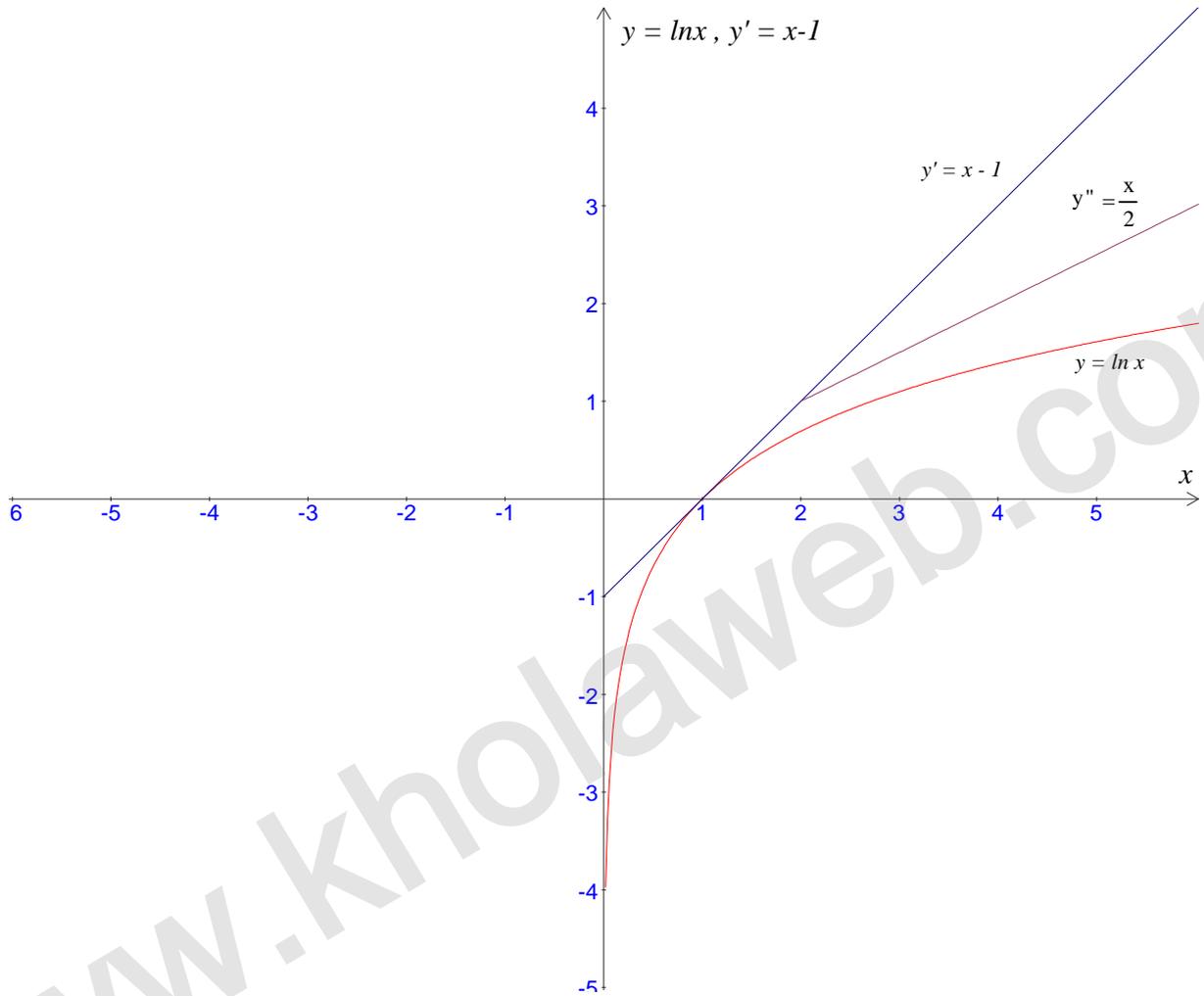
Le travail total W_3 a pour expression :

$$W_3 = W + W' = nRT_o \frac{P_2}{2P_1}$$

Ce résultat correspond à la courbe $y'' = \frac{W_3}{nRT_o} = \frac{x}{2}$

La condition $P_2 > 2P_1$ implique $x > 2$. On ne trace alors que la partie $x > 2$ de la

droite $y'' = \frac{x}{2}$.



On peut remarquer qu'opérer en deux étapes successives permet de se rapprocher de la courbe y , c'est-à-dire d'une transformation mécaniquement réversible.