

T3.6. Transformation polytropique d'un gaz parfait.

1. Recherche de l'expression de k .

On applique le premier principe:

$$\begin{aligned} dU &= \delta Q + \delta W \text{ soit} \\ C_v dT &= a dT - p dV \quad (\text{Eq.A}) \end{aligned}$$

En multipliant par $1/T$ et en appliquant la relation d'état du gaz parfait on obtient :

$$(C_v - a) \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} = 0$$

Or :

$$\frac{dT}{T} = \frac{d(pV)}{pV}$$

et

$$nR = C_p - C_v.$$

On obtient par intégration :

$$p^{(C_v - a)} V^{(C_v - a + nR)} = p^{(C_v - a)} V^{(C_p - a)} = Cte$$

Finalement :

$$pV^k = C$$

avec C une constante et

$$k = \frac{C_p - a}{C_v - a}$$

2. Etude des cas particuliers.

On peut exprimer a en fonction de k :

$$a = \frac{\gamma - k}{1 - k} C_v \quad (\text{Eq.B})$$

Pour $a = C_v$ (Eq.A) s'écrit $-pdV = 0$. La transformation est isochore. (Eq.B) implique alors que $k = \infty$.

Pour $a = 0$ (Eq.B) implique que $k = 0$. La transformation est isochore.

Pour $a = 0$, on retrouve la loi de Laplace caractéristique d'une transformation adiabatique réversible dans le cas d'un gaz parfait de γ constant.

Pour $1/a = 0$ on obtient $k = 1$. On retrouve la loi de Mariotte, la transformation est isotherme.