T2.16. Flottaison de deux boules.

Le système constitué des deux boules et du fil est à l'équilibre sous l'action de son poids $\vec{P} = 4m\vec{g}$ et de la poussée d'Archimède $\vec{\pi}_A = -\rho\left(V + \frac{1}{2}V\right)\vec{g} = -\frac{3}{2}\rho V\vec{g}$ où V représente le volume d'une boule et ρ la masse volumique de l'eau. Soit :

$$4m\vec{g} - \frac{3}{2}\rho V\vec{g} = \vec{0}$$

La projection de cette équation suivant la verticale ascendante orientée par $\vec{u}_z$ donne :

$$4mg = \frac{3}{2}\rho Vg \text{ soit } \rho V = \frac{8}{3}m$$

La boule de masse m (située au-dessus) est soumise à son poids $\vec{P}' = m\vec{g}$, à la poussée d'Archimède $\vec{\pi}'_A = -\rho\frac{V}{2}\vec{g}$ et à la tension $\vec{T} = -T\vec{u}_z$ du fil. Son équilibre se traduit par :

$$\vec{P}' + \vec{\pi}'_A + \vec{T} = m\vec{g} - \rho\frac{V}{2}\vec{g} - T\vec{u}_z = \vec{0}$$

La projection suivant $\vec{u}_z$ donne :

$$-mg + \rho\frac{V}{2}g - T = 0 \;\Rightarrow\; T = -mg + \rho\frac{V}{2}g$$

En utilisant l'expression de ρV déterminée plus haut, on obtient :

$$\boxed{T = \frac{1}{3}mg}$$