

T2.13. Aérostat dans l'atmosphère terrestre.

On peut considérer que dans une zone de l'atmosphère d'environ 10 km d'épaisseur la température varie en fonction de l'altitude z suivant une loi de la forme:

$$T = T_0(1 - kz)$$

avec k une constante, et que le champ de pesanteur g reste constant.

L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M .

L'indice zéro est relatif aux grandeurs au sol.

1. Montrer que la pression suit une loi de la forme :

$$P = P_0 (1 - kz)^\alpha$$

Déterminer l'expression de la constante α que l'on prendra comme une donnée pour la suite de l'exercice.

2. Exprimer la masse volumique de l'air ρ en fonction de P , P_0 , α et ρ_0 .

Un aérostat est constitué par une enveloppe remplie d'hélium (dont le volume ne peut dépasser la valeur maximale V_{max}) à laquelle est attachée une nacelle. L'enveloppe nacelle, accessoires et passagers a une masse M_0 . Il y a constamment communication entre l'air atmosphérique et le gaz du ballon ce qui assure l'équilibre mécanique et thermique entre les deux fluides.

3. Faire le bilan des forces appliquées à l'aérostat.
Exprimer la force résultante \vec{R} en fonction de \vec{g} , M_0 , V , de la masse molaire M de l'air et celle M' de l'hélium et de la masse volumique ρ_0 de l'air.
A quelle condition, liant le volume initial V_0 et la masse M_0 , le ballon pourra-t-il s'élever ?
4. Exprimer la force résultante \vec{R} en fonction de \vec{g} , M_0 , V , M , M' , ρ_{He} .
Quels sont les termes de cette expression qui varient lorsque l'altitude z augmente ?
Expliquer pourquoi l'ascension est la succession d'une phase à masse constante et d'une phase à volume constant.
5. Quelle est l'altitude d'équilibre, appelée plafond, de l'aérostat ?