T2.12. Mouvements verticaux de masses d'air.

Nous nous intéresserons aux mouvements verticaux d'air sec.

On supposera le champ de pesanteur *g* localement uniforme. Le vecteur unitaire $\overrightarrow{e_z}$ est dirigé selon la verticale ascendante.

Constantes et données numériques.

Constante des gaz parfaits	R = 8, 3 J/K.mol
Accélération de la pesanteur	g = 9, 8 m.s^{-2}
Masse molaire moyenne de l'air	M = 29 g.mol^{-1}

Les mouvements d'air dans l'atmosphère peuvent se présenter sous forme d'oscillations verticales. Nous cherchons à en déterminer les principales caractéristiques.

Pour une atmosphère en équilibre « hydrostatique », les différentes grandeurs physiques qui la caractérisent ne dépendent que de l'altitude *z*.

1. Donner l'équation qui relie à l'équilibre la pression $p(z)$, la masse volumique $\rho(z)$ et g.
2. On considère l'air sec comme un gaz parfait ; on suppose de plus l'atmosphère isotherme de température To. Déterminer $p(z)$ et $\rho(z)$ à l'aide de $p(0)$, $\rho(0)$, M, g, R et To.
3. Calculer la hauteur caractéristique H correspondante pour une température de 10°C.

Pour étudier la stabilité de l'équilibre, on considère une petite masse d'air *m* que l'on déplace verticalement dans l'atmosphère supposé être en équilibre hydrostatique mais non isotherme a priori. On peut imaginer que cet air déplacé est séparé de l'air extérieur par une fine enveloppe du type « bulle de savon » d'effet négligeable. La pression dans la bulle est supposée être à tout instant égale à la pression extérieure correspondant à l'altitude où se trouve la bulle.

Avant d'être déplacée, la bulle de volume Vo est en équilibre à l'altitude zo et sa température et sa pression sont égales à celles de l'air environnant, soit $T(z$o$)$ et $p(z$o$)$.

4. La bulle est déplacée à la hauteur zo + h. En supposant les variations assez petites pour être traitées linéairement, déterminer la variation δV de volume en fonction de Vo, $\rho(z$o$)$, g, h et du coefficient de compressibilité isentropique χs défini par : $\chi_s = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S$.
5. Montrer, qu'à la hauteur zo + h, la poussée d'Archimède exercée par l'atmosphère sur la bulle s'écrit : $\vec{\Pi} = \rho(z_o) g V_o [1 + (\frac{1}{\rho(z_o)}\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)_{z=z_o} + \chi_s g \rho(z_o)) h] \vec{u}_z$.
6. En déduire l'équation du mouvement de la bulle.
7. Quelle condition, doit vérifier le gradient relatif de masse volumique $\frac{1}{\rho(z)}\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right)$ pour que l'équilibre de l'air en zo soit stable ? On exprimera cette condition en fonction de χ_s, χ et $\rho(z$o$)$. Déterminer dans ce cas la pulsation Ω(zo) des oscillations d'une bulle autour de l'altitude zo. Cette pulsation Ω(zo) est appelée « pulsation de Väisälä-Brunt ».