T2.11. Modèles d'atmosphère.

On considère un fluide, de masse volumique ρ, soumis au champ de pesanteur supposé uniforme et de valeur g.

1. Exprimer sous forme différentielle la condition d'équilibre de ce fluide.
2. On considère le cas où l'atmosphère a une température uniforme To.
   On assimile l'atmosphère à un gaz parfait.
   Déterminer dans ce cas la pression p en fonction de l'altitude z.
   Faire l'application numérique pour To = 300 K et $p(z=0)= po$ = 1,0 atm à une altitude z = 11,0 km.
3. Parmi les diverses hypothèses effectuées, laquelle est la moins réaliste ?

On admet maintenant que dans la troposphère (entre 0 et 11 km d'altitude) la température $T(z)$ varie avec l'altitude z selon une loi de la forme : $T(z) = T_o + Az$ où T_o est la température au sol et A une constante.

4. Etablir la loi de variation $P(z)$.
5. Application numérique: calculer la température T_1 et la pression P_1 à 11,0 km d'altitude.

On étudie maintenant la répartition de température et de pression en altitude de l'air sec dans une atmosphère adiabatique. On suppose que l'air est un gaz parfait de masse molaire M, de coefficient $\gamma = 1{,}4$.

6. Donner la définition de l'équilibre adiabatique.
7. Etablir l'expression de la température T en fonction de l'altitude z et des constantes T_o, g, M, R et γ. On introduira la constante $\beta = Mg/RT_o$.
8. Etablir l'expression de la pression P en fonction de z, P_o, γ et β.

Données :

Masse molaire : M = 29 g/mol

Champ de pesanteur uniforme : g = 9,80 m.s^{-2}

Gradient vertical de température : - 6,5 K km^{-1}

Constante des gaz parfaits : R = 8,315 J.K^{-1}.mol^{-1}.