

T2.8. Résultante des forces de pression sur un barrage.

On étudie un élément de surface dS du demi-cylindre :

La résultante des forces de pression est :

$$d\vec{F} = d\vec{F}_{eau} + d\vec{F}_{air}$$

$$d\vec{F} = -p_{eau} dS \vec{u}_r + p_{air} dS \vec{u}_r$$

Or :

$$p_{air} = p_o$$

$$p_{eau} = p(z)$$

D'autre part la pression due à l'eau est donnée par la relation de l'hydrostatique des fluides incompressibles :

$$p + \rho g z = Cte = p_o + \rho g h$$

$$p = p_o + \rho g (h - z)$$

La résultante des forces de pression sur l'élément dS s'écrit alors :

$$d\vec{F} = -\rho g (h - z) dS \vec{u}_r$$

La symétrie du système est telle que seule la composante suivant Ox aura une contribution non nulle :

$$dF_x = d\vec{F} \cdot \vec{u}_x = -\rho g (h - z) dS \vec{u}_r \cdot \vec{u}_x = -\rho g (h - z) dS \cos \theta$$

L'élément de surface cylindrique a pour expression :

$$dS = R d\theta dz$$

Comme les variables θ et z sont indépendantes, la résultante des forces de pression sur le barrage a pour expression :

$$F_x = - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos \theta d\theta \int_0^h R \rho g (h - z) dz$$

$$F_z = \rho g R h^2$$