T1.1. Effusion gazeuse.

On considère un récipient constitué de deux compartiments de même volume *V* et maintenus à la température *T*.
Le compartiment (1) contient *N* molécules d'un gaz parfait. Le compartiment (2) est vide.
A la date $t = 0$ on perce un trou de section *S* entre les deux compartiments.
On étudie le passage du gaz entre les compartiments (1) et (2).

Pour obtenir un ordre de grandeur du phénomène, on adopte les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le trou étant petit, le gaz se détend lentement en restant au repos. On néglige tout mouvement macroscopique.
- La vitesse de toutes les molécules est identique et égale à la vitesse quadratique *u*. De plus les vitesses ne sont orientées que suivant les trois directions de l'espace.

On note N_1(t) et N_2(t) les nombres de molécules dans les compartiments (1) et (2).

Soit $\vec{u}_x$ la normale au trou et orienté vers le compartiment (2).

1. Etablir l'expression du nombre $dN_{1\to2}$ de molécules contenues dans le compartiment (1) à l'instant t et traversant la surface s vers le compartiment (2) entre les dates *t* et $t + dt$.
   Même question pour le nombre $dN_{2\to1}$ de molécules contenues dans le compartiment (2) à l'instant t et traversant la surface s vers le compartiment (1) entre les dates *t* et $t + dt$.
2. En déduire les expressions de $\frac{dN_1}{dt}$ et $\frac{dN_2}{dt}$ en fonction de N_1, N_2, *s*, *u* et *V*.
3. Etablir les expressions de $N_1(t)$ et $N_2(t)$. Commenter les valeurs limites de ces grandeurs. Faire apparaître une constante de temps caractéristique du phénomène.
4. Comment varie cette constante de temps avec la masse des molécules ?
   Expliquer brièvement comment on peut enrichir un constituant d'un mélange avec cette technique.

T1.2. Fuite d'air dans une cabine spatiale.

Une cabine spatiale de volume V = 200 m^3 contient de l'air, que l'on assimilera à un gaz parfait de masse molaire M = 29 $g.mol^{-1}$, maintenu à la température To = 20°C. En régime normal, la pression Po est de 1,0 bar (10^5 Pa). A l'approche de Mars, le vaisseau rencontre une pluie de micrométéorites, la cabine est alors transpercée et un trou de surface S la met en communication avec le vide extérieur. La climatisation fonctionnant toujours, la température reste égale à To, mais la pression P diminue lentement.
Au bout de deux minutes, l'équipage constate une diminution de la pression initiale de 50 %.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le nombre N de molécules contenues dans la cabine.
2. Déterminer la solution de cette équation et en déduire la loi $P(t)$ vérifiée par la pression dans la cabine.
3. Déterminer la section S du trou percé par une des micrométéorites.

Pour obtenir un ordre de grandeur, nous adoptons des hypothèses simplificatrices:

- Le trou étant petit, l'air se détend lentement en restant au repos. On néglige tout mouvement macroscopique;
- La climatisation assure le maintien de la température et l'uniformisation de l'air dans toute la cabine;
- On considère que toutes les molécules ont une vitesse égale à u, vitesse quadratique. De plus, ces vitesses ne sont orientées que selon les trois directions de l'espace et de façon isotrope.

Constante des gaz parfaits : R = 8,31 U.S.I.

T1.3. Equation d'état. Coefficients thermoélastiques. (1)

L'étude expérimentale d'un gaz réel a permis de déterminer ses coefficients thermoélastiques :

$$\alpha = \frac{R}{PV} + \frac{a}{VT^2} \qquad \chi = \frac{RT}{VP^2}$$

a = constante

Etablir l'équation d'état du gaz.

T1.4. Equation d’état. Coefficients thermoélastiques. (2).

1. Le coefficient de dilation isobare et le coefficient de compression isochore d'un fluide sont égaux. Montrer alors que le produit *PV* est une fonction de la température *T*.

2. Déterminer cette fonction dans le cas où :
   $\alpha = \frac{1}{T}$.

T1.5. Echauffement isochore.

Un flacon contenant un liquide est à une température telle qu'il soit complètement rempli de ce liquide.

Connaissant les coefficients thermoélastiques supposés constants :

$$\alpha = 11{,}2.10^{-3}\ K^{-1} \text{ et } \chi=3{,}4.10^{-5}\ atm^{-1}$$

Montrer qu'une simple élévation de température de 0,5°C suffit à créer une surpression considérable. Que se passe-t-il ?

T1.6. Pression cinétique : Modèle du choc élastique.

Une pluie frappe une fenêtre d'aire S de façon continue selon un angle α constant par rapport à la verticale.

On note m la masse d'une goutte d'eau et v sa vitesse. La densité volumique des gouttes est notée n^*.
On suppose que les gouttes de pluie rebondissent sur la vitre de manière élastique.

1. Déterminer le nombre dN de gouttes qui rebondissent pendant la durée dt.
2. Quelle est la pression P créée par ces gouttes.
   Evaluer la valeur de cette pression.

T1.7. Gaz de Dieterici.

Un tel gaz a pour équation pour une mole:

$$P(V-b) = RT\exp\left(-\frac{a}{RTV}\right)$$

1. Donner les expressions des coefficients thermoélastiques α et β pour ce gaz.
2. Dans le domaine des faibles pressions, on peut utiliser une expression du type :

$$PV = RT\left(1+\frac{A}{V}\right)$$

> Retrouver l'équation d'état du gaz parfait si $V \to \infty$.

> Déterminer A par un développement limitée au premier ordre en $\frac{1}{V}$.

> Que deviennent α et β ?

T1.8. Reconstruction de l'équation d'état à partir de la donnée de coefficients thermoélastiques.
Le coefficient de dilatation isobare a été mesuré sur un système et trouvé de la forme:

$$\alpha = \frac{A}{AT + BP}$$

Le coefficient de compressibilité isotherme X_T du même système est :

$$X_T = \frac{1}{P} - \frac{B}{AT + BP}$$

Quelle est l'équation d'état de ce système ?

T1.9. Thermomètres différentiels à gaz parfait.

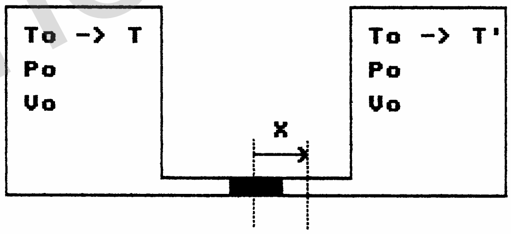
Un tel thermomètre, destiné à mesurer de faibles différences de température, est constitué de deux réservoirs à gaz parfait identiques reliés par un tube de jonction de faible section *s*.

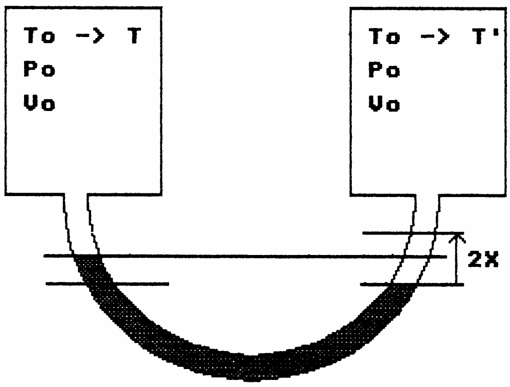
1. Le tube est horizontal cylindrique. Un index de mercure en son milieu isole un même volume *Vo* de gaz parfait sous la pression *Po* et la température est *To* dans chaque réservoir. On porte le gaz de gauche à la température *T*, le gaz de droite à *T'* légèrement inférieure à *T*. L'index se déplace vers la droite d'une petite longueur *x* telle que $sx \ll Vo$.

Déterminer $T - T'$ en fonction de *Vo*, *s*, *x* et *T*.

2. Le tube est un tube en U, l'index de mercure de masse volumique ρ_{Hg} occupant entièrement la partie courbe du tube. On garde les notations précédentes, l'index se déplaçant du côté droit de *x*, ce qui crée une dénivellation de 2*x*.

Déterminer $T - T'$ en fonction de *Po*, ρ_{Hg}, *g*, *Vo*, *s*, *x*, *T* et *To*.





T1.10. Pression dans un cylindre.
Un cylindre vertical fermé aux deux bouts est séparé en deux compartiments égaux par un piston de forme cylindrique dont la masse par unité de surface est σ = 136 g.cm^{-3}. Les deux compartiments, de hauteur h = 0,50 m, contiennent un gaz parfait à T = 273 K. La pression qui règne dans le compartiment inférieur est P = 1,5 bar.

On chauffe le système à T' = 100 °C. Quel est le déplacement d du piston ?

T1.11. Oscillations isentropiques (adiabatiques et réversibles).
Un cylindre à parois athermanes, horizontal, séparé en deux compartiments par un piston athermane, mobile sans frottement, contient à l'état initial une mole de gaz parfait (*Po*, *Vo*, *To*) de chaque côté.
A l'instant $t = 0$, l'opérateur écarte le piston de sa position d'équilibre de x_o faible devant la longueur d'un compartiment l_o ($V_o = l_o s$).
Dans le cas d'une évolution adiabatique, réversible d'un gaz parfait avec γ constant on a la relation : $PV^{\gamma} = Cte$.

En appelant, à l'instant *t*, *x* la coordonnée de position du piston, exprimer, en supposant les transformations réversibles :

1. Les pressions instantanées à droite et à gauche du piston et la force qui en résulte.
2. La période des petites oscillations.