T1.8. Reconstruction d'une équation d'état.

On a :

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{A}{AT+BP} \ (1)$$

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{P} - \frac{B}{AT+BP} \ (2)$$

On peut écrire (1) sous la forme :

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial \ln V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial \ln\left(AT+BP\right)}{\partial T}\right)_P \ (3)$$

L'intégration de cette équation conduit à :

$$\ln V = \ln\left(AT+BP\right) + f\left(P\right) (4)$$

Les primitives ne dépendent que d'une fonction de *P* indépendante de *T*.

L'équation (2) s'écrit grâce à (4) :

$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial \ln V}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial\left(\ln\left(AT+BP\right) + f\left(P\right)\right)}{\partial P}\right)_T$$ ce qui conduit à :

$$\chi_T = -\frac{B}{AT+BP} - \frac{df\left(P\right)}{dP}$$ en tenant compte de l'expression de χ_T on obtient :

$$-\frac{B}{AT+BP} - \frac{df\left(P\right)}{dP} = \frac{1}{P} - \frac{B}{AT+BP}$$

Par identification on obtient :

$$\frac{df\left(P\right)}{dP} = -\frac{1}{P} \Rightarrow f\left(P\right) = \ln\frac{C}{P}$$ avec *C* une « vraie » constante

Finalement l'équation d'état de ce système est :

$$\ln V = \ln\left(AT+BP\right) + \ln\frac{C}{P}$$

$$\ln\frac{PV}{C} = \ln\left(AT+BP\right)$$

$$PV = C\left(AT+BP\right)$$