

## T1.4. Equation d'état. Coefficients thermoélastiques (2).

### 1. Produit $PV$ .

Nous avons :  $\alpha = \beta$  or  $\frac{\alpha}{\beta\chi} = P \rightarrow \chi = \frac{1}{P}$ .

En utilisant la définition de  $\chi$ , nous obtenons l'égalité suivante :

$$\chi = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{P}$$

A température constante :

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

$$\ln PV = Cte$$

Or cette constante dépend de la température, soit  $Cte = \ln f(T)$ .

### 2. Détermination de la fonction d'état.

Nous avons :  $\alpha = \frac{1}{T}$

$$\text{Or : } \alpha = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \left( \frac{\partial \ln V}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{T}$$

Comme  $\ln PV = \ln f(T)$  on peut écrire  $\ln V = \ln f(T) - \ln P$

En injectant cette dernière expression dans la définition de  $\alpha$ , nous obtenons :

$$\left( \frac{\partial \ln V}{\partial T} \right)_P = \left( \frac{\partial \ln(f(T) - \ln P)}{\partial T} \right)_P = \left( \frac{\partial \ln f(T)}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{T}$$

Comme  $f(T)$  ne dépend pas de la pression, l'intégration de cette dernière équation donne :

$$\ln f(T) = \ln T + Cte = \ln T + \ln K$$

Ici la constante d'intégration  $K$  est une « vraie » constante ne dépendant pas de la pression. Finalement :

$$f(T) = KT$$

$$PV = KT$$