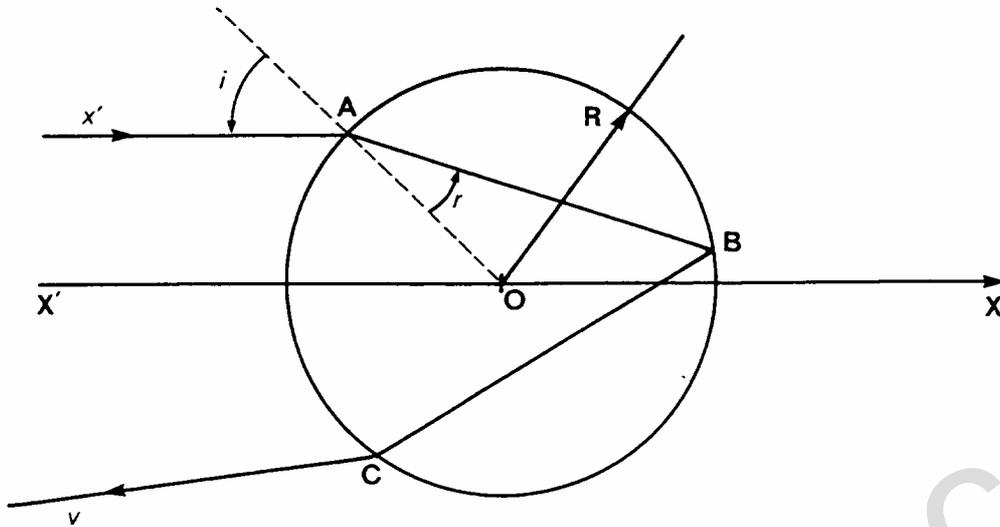


O1.5. Arc-en-ciel.

On considère une sphère transparente d'indice n , de centre O , de rayon R , baignant dans l'air (d'indice pratiquement égal à 1). Cette sphère est éclairée par un faisceau de lumière parallèle, dont un rayon $x'A$ atteint la sphère en A . En A se produit une réfraction. On choisit pour plan de figure le plan défini par O et $x'A$.



$X'OX$ est l'axe passant par O , de mêmes direction et sens que $x'A$. On choisit un sens positif dans le plan de figure.

Soit B le point où le rayon réfracté recoupe la sphère. En B , la lumière peut être soit réfractée, soit réfléchi, mais on ne considérera que le rayon réfléchi. On pose $(OA, Ax') = i$ et $(AO, AB) = r$.

Soit C le point où le rayon réfléchi en B recoupe la sphère. En C , on ne considérera que le rayon réfracté Cy . On pose : $\alpha = (OX', Cy)$.

1. Peut-il y avoir réflexion totale en B ?
2. Montrer que $\alpha = 4r - 2i$.
3. Exprimer ensuite α en fonction de i et n uniquement.
4. Etude des variations de α avec i .

a. Montrer que l'on peut restreindre cette étude à l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

b. Calculer la dérivée de α par rapport à i .

c. Calculer les coordonnées de l'extremum, puis α , pour les valeurs suivantes de i : $0, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6},$

$\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{2}$. La précision demandée est 10^{-2} . On adoptera encore la valeur $n = 1,333$.