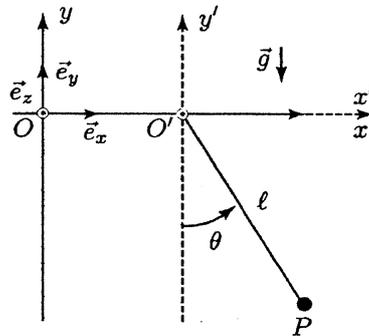


M9.22. Pendule à point d'attache mobile.

On désigne par $R'(O'x'y'z')$ un repère d'origine O' dont les axes orthogonaux $O'x'$, $O'y'$ et $O'z'$ sont respectivement parallèles aux axes Oy et Oz d'un repère $R(Oxyz)$ que l'on supposera galiléen.

Un pendule simple est constitué d'un point matériel P de masse m , suspendu à l'origine O' de R' par un fil sans masse ni raideur et de longueur l . On note θ l'angle que fait le fil, que l'on supposera constamment tendu, avec la verticale Oy de R (cf. figure ci-dessous).



1. Dans un premier temps, l'origine O' de R' reste fixe et confondue avec l'origine O de R . Quelle doit être la longueur l du fil pour que la période des petits mouvements du pendule soit $T_0 = 1$ s. On prendra pour norme de l'accélération de la pesanteur la valeur $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
2. Le repère R' est maintenant animé d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré d'accélération constante $\vec{a} = a\vec{e}_x$ avec $a > 0$. Calculer, dans le référentiel R' , par rapport au point O' , le moment des différentes forces appliquées au point P .
3. Dédurre du théorème du moment cinétique appliqué en O' dans R' au point matériel P l'équation différentielle à laquelle obéit l'angle θ .
4. Déterminer la valeur θ_0 de l'angle θ correspondant à la position d'équilibre du pendule.
5. Exprimer la période T des petits mouvements autour de la position d'équilibre θ_0 en fonction de l , a et g .