M9.21. Point matériel en équilibre sur un cercle vertical tournant.

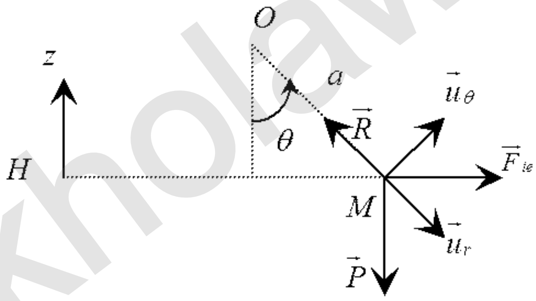
On étudie l'équilibre de la masse *m* dans le référentiel *R* lié au cercle en rotation uniforme dans le référentiel terrestre à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$.

Ce référentiel *R* n'est pas galiléen. Le point *M* est soumis à :

$\vec{P} = m\vec{g}$	Poids de *m*
$\vec{R}$	Réaction du cerceau
$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 \overrightarrow{HM}$	Force d'inertie d'entrainement avec H projeté de M sur Oz
$\vec{F}_{ic} = \vec{0}$	Force d'inertie de Coriolis nulle car l'objet est à l'équilibre dans le référentiel *R*

La relation de la dynamique s'écrit :

$$m\vec{g} + \vec{R} + m\omega^2 \overrightarrow{HM} = \vec{0}$$



Par projection suivant le vecteur $\vec{u}_\theta$ on obtient :

$$-mg\sin\theta + m\omega^2 HM\cos\theta = 0$$
$$-mg\sin\theta + m\omega^2\left(a + a\sin\theta\right)\cos\theta = 0$$

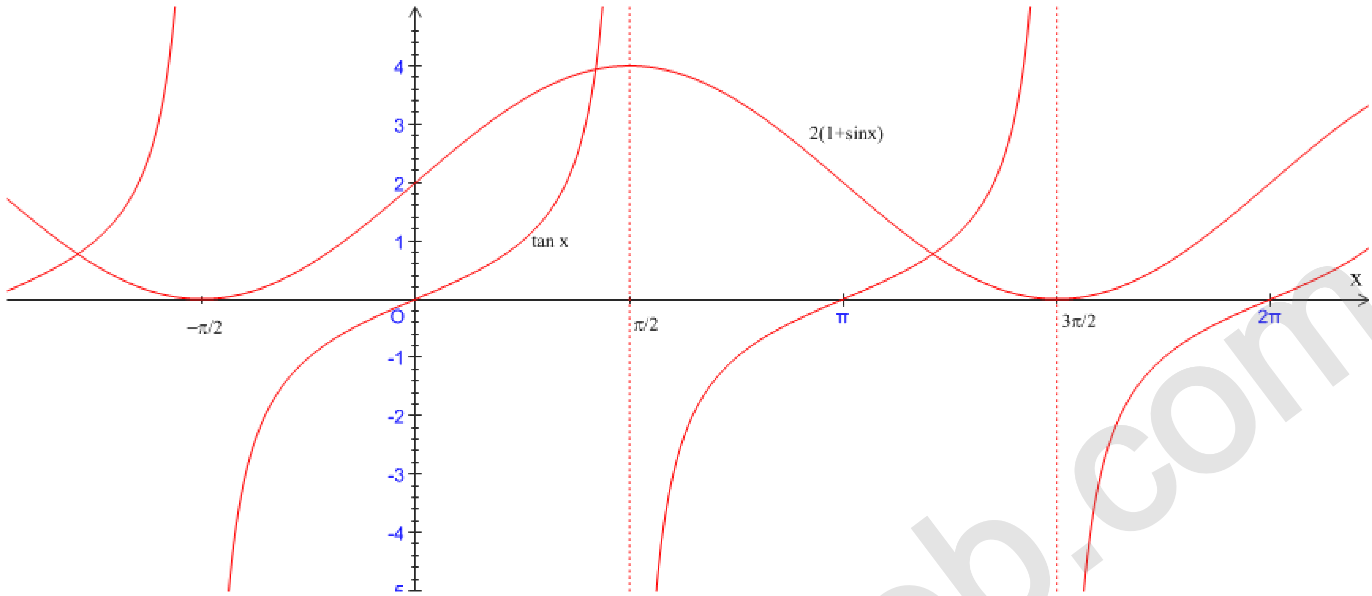
$$\tan\theta = \frac{\omega^2 a}{g}\left(1+\sin\theta\right)$$

Par identification avec la donnée de l'énoncé :

$$\eta = \frac{\omega^2 a}{g} \quad \text{et} \quad f\left(\theta\right) = \sin\theta$$

On trace les fonctions $\tan\theta$ et $\eta\left(1+\sin\theta\right)$. Les intersections de ces 2 courbes donnent les positions d'équilibre possibles pour le point *M*.

Tracé réalisé en prenant $\eta = 2$:



Il existe deux positions d'équilibre : l'une comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ et l'autre comprise entre π et $\frac{3\pi}{2}$.