

M9.6. Bille sur un plateau en translation sinusoïdale.

Pour déterminer la condition de rupture de contact entre la bille et le plateau, on étudie l'équilibre de la bille dans un référentiel lié au plateau et on recherche la condition que doit satisfaire la pulsation pour que cet équilibre soit réalisé. Si cette condition ne se trouve pas vérifiée, la bille est alors en mouvement par rapport au plateau et a donc quitté ce dernier. Dans le référentiel R_p lié au plateau et en translation rectiligne sinusoïdale par rapport au référentiel terrestre, les forces qui s'exercent sur la bille, lorsqu'elle est à l'équilibre sont :

- son poids $\vec{P}$
- la réaction $\vec{R}$ du plateau
- la force d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie}$.

Remarque : Comme R_p est en translation, la force d'inertie de Coriolis est nulle.

On applique la relation de la dynamique dans le référentiel R_p :

$$m\vec{g} + \vec{R} - m\vec{a}_e = \vec{0}$$

Comme le référentiel R_p est en translation, l'accélération d'entraînement est l'accélération du plateau. La donnée de l'équation horaire permet de déterminer l'accélération d'entraînement :

$$\vec{a}_e = \ddot{z} \vec{k} = -\omega^2 a \cos \omega t \vec{k} = -\omega^2 z \vec{k}$$

La projection de la relation de la dynamique suivant l'axe Oz donne :

$$R_z = m(g - \omega^2 z)$$

Au cours du mouvement la plus petite valeur que peut prendre la composante de la réaction est obtenue lorsque $z = a$.

$$R_{z \min} = m(g - \omega^2 a)$$

Il y a contact entre la bille et le plateau si cette valeur minimale est positive. D'où :

$$\omega < \sqrt{\frac{g}{a}}$$