

M9.4. Masse sur une tige en rotation autour d'un axe fixe et liée par un ressort.

Dans un plan horizontal, on considère deux axes orthogonaux Ox_1 et Oy_1 (référentiel galiléen (R_1) d'axes (O, x_1, y_1, z_1)). Une tige rectiligne Ox horizontale (référentiel (R) d'axes (O, x, y, z)) est assujettie à tourner autour de l'axe vertical Oz_1 confondu avec l'axe Oz avec une vitesse angulaire constante ω pour $t > 0$.

Sur cette tige peut glisser un anneau qu'on pourra assimiler à un point matériel M de masse m . Un ressort de masse négligeable, de constante de raideur K et de longueur à vide l_0 est enfilé sur la tige. Le ressort est fixé d'un côté à O et de l'autre à M , M pouvant glisser sur la tige sans frottement.

La tige exerce sur M une réaction qu'on notera à priori :

$$\vec{R} = R_x \vec{i} + R_y \vec{j} + R_z \vec{k}$$

On posera : $(Ox_1, Ox) = \theta = \omega t$ et $OM = x > 0$.

Appliquer la relation fondamentale de la dynamique dans (R) et en déduire l'équation différentielle du mouvement de M que l'on résoudra.

On discutera en fonction des valeurs de k , m et ω .

Conditions initiales :

M est lâché à $t = 0$ sans vitesse relative, avec $\theta = 0$ et $OM = x_0$ (x_0 non nul).