

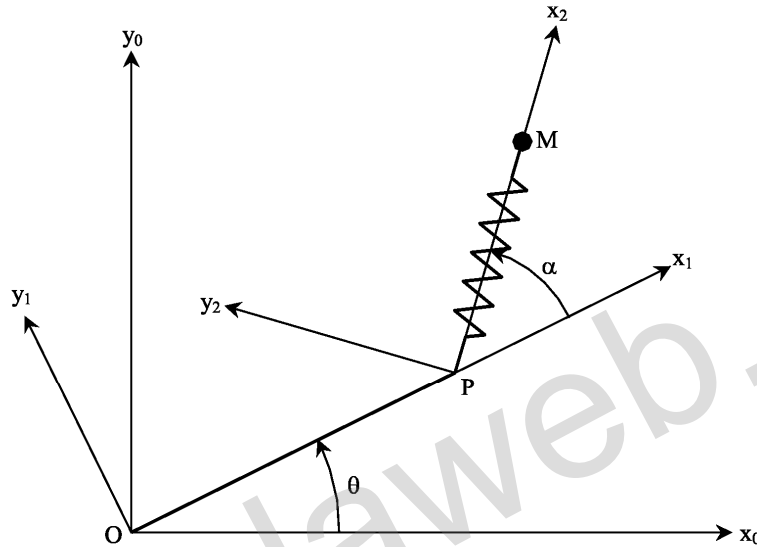
M9.10. Etude d'un équilibre relatif.

Une tige OP , de longueur a , tourne autour du point O à la vitesse angulaire ω constante dans un plan horizontal. Un point matériel M de masse m est mobile sans frottement dans ce plan horizontal.

Le référentiel terrestre $\mathcal{R}_0(O, \vec{e}_{x0}, \vec{e}_{y0}, \vec{e}_{z0})$ est considéré comme galiléen.

On note $\mathcal{R}_1(O, \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_{z1})$ le référentiel lié rigidement à la tige OP et qui se déduit à chaque instant de \mathcal{R}_0 par une rotation d'angle θ autour de l'axe Oz_0 .

On considère aussi le référentiel $\mathcal{R}_2(P, \vec{e}_{x2}, \vec{e}_{y2}, \vec{e}_{z2})$ tel que $P\vec{e}_{x2}$ soit colinéaire à \overline{PM} et se déduit à chaque instant de $(P, \vec{e}_{x1}, \vec{e}_{y1}, \vec{e}_{z1})$ par une rotation d'angle α autour de l'axe $P\vec{e}_{z1}$.



On note $\overline{OP} = a\vec{e}_{x1}$, $\overline{PM} = r\vec{e}_{x2}$ et $\omega = \dot{\theta}$.

On pose : $\dot{\alpha} = c \text{ste}$.

Le point M est rappelé vers le point P par un ressort exerçant sur le point M une force $\vec{F} = -kr\vec{e}_{x2}$.

On néglige les actions de la pesanteur.

- Déterminer la vitesse du point M par rapport à \mathcal{R}_0 notée $\vec{v}(M, \mathcal{R}_0)$ que l'on exprimera dans la base de \mathcal{R}_2 .
- Déterminer l'accélération du point M par rapport à \mathcal{R}_0 notée $\vec{\gamma}(M, \mathcal{R}_0)$ que l'on exprimera dans la base de \mathcal{R}_2 .
- Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans \mathcal{R}_0 .
- En déduire les deux équations du mouvement de M donnant les relations entre les variables r et α en fonction des autres caractéristiques du système étudié.
- Déterminer les positions d'équilibre relatif du point M par rapport à la tige OP .
A quelles conditions existent-elles ?