

### M8.3. Composition d'un mouvement d'entraînement circulaire et d'un mouvement relatif rectiligne.

#### 1.a. Vitesse de $M$ dans $\mathcal{R}$ .

On applique la loi de composition des vitesses :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}} = \vec{v}_{M/\mathcal{R}'} + \vec{v}_e$$

La vitesse d'entraînement est la vitesse d'un point fixe  $M'$  de  $\mathcal{R}'$  qui coïncide à la date  $t$  avec  $M$  et que l'on évalue dans  $\mathcal{R}$  :

$$\vec{v}_{M/\mathcal{R}'} = \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = r_0 \omega (\cos \omega t - \sin \omega t) \vec{e}_{x'}$$

On sort  $r$  de la dérivation car le point coïncident est à une distance fixe de  $O$ .

On obtient pour la vitesse du point  $M$  dans  $\mathcal{R}$  :

$$\begin{aligned} \vec{v}_e &= \left( \frac{d\vec{OM}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \left( \frac{d(r \vec{e}_{x'})}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = r \left( \frac{d\vec{e}_{x'}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = r \omega \vec{e}_{y'} \\ \vec{v}_{M/\mathcal{R}} &= r_0 \omega \left( (\cos \omega t - \sin \omega t) \vec{e}_{x'} + (\cos \omega t + \sin \omega t) \vec{e}_{y'} \right) \end{aligned}$$

#### 1.b. Valeur de la vitesse de $M$ dans $\mathcal{R}$ .

$$v_{M/\mathcal{R}} = r_0 \omega \sqrt{2}$$

#### 2.a. Accélération de $M$ dans $\mathcal{R}$ .

On applique la loi de composition des accélérations :

$$\begin{aligned} \vec{a}_{M/\mathcal{R}} &= \vec{a}_{M/\mathcal{R}'} + \vec{a}_e + \vec{a}_c \\ \vec{a}_{M/\mathcal{R}'} &= \left( \frac{d\vec{v}_{M/\mathcal{R}'}}{dt} \right)_{\mathcal{R}'} = -r_0 \omega^2 (\cos \omega t + \sin \omega t) \vec{e}_{x'} \end{aligned}$$

Le point coïncident  $M'$  est animé d'un mouvement circulaire uniforme de centre  $O$ . Son accélération d'entraînement s'écrit dans le cas présent :

$$\vec{a}_e = -\omega^2 \vec{OM} = -r_0 \omega^2 \vec{e}_{x'}$$

L'accélération de Coriolis s'écrit :

$$\begin{aligned} \vec{a}_c &= 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{M/\mathcal{R}'} \\ \vec{a}_c &= 2r_0 \omega^2 (\cos \omega t - \sin \omega t) \vec{e}_{y'} \end{aligned}$$

On obtient finalement pour l'accélération de  $M$  dans  $\mathcal{R}$  :

$$\vec{a}_{M/\mathcal{R}} = -2r_0 \omega^2 \left( (\cos \omega t + \sin \omega t) \vec{e}_{x'} + (\sin \omega t - \cos \omega t) \vec{e}_{y'} \right)$$

#### 2.b. Valeur de l'accélération de $M$ dans $\mathcal{R}$ .

$$a_{M/\mathcal{R}} = 2\sqrt{2} r_0 \omega^2$$