M8.2. Composition de mouvements de deux barres.

1. Utilisation du référentiel $\Re'$.

On applique la loi de composition des accélérations :

$$\vec{a}_{M/R} = \vec{a}_{M/R'} + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

* Dans $\Re'$ le point *M* est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon *AM* et de vitesse angulaire ω' d'où :

$$\vec{a}_{M/R'} = -\omega'^2 \overrightarrow{AM}$$

* L'accélération d'entraînement est l'accélération d'un point fixe de $\Re'$ qui coïncide à la date *t* avec le point *M* et qui est évaluée dans $\Re$.

Ici, dans $\Re$, ce point particulier décrit un cercle de centre *O* et de rayon *OM* à la vitesse angulaire ω constante. On a alors :

$$\vec{a}_e = -\omega^2 \overrightarrow{OM} = -\omega^2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM})$$

* L'accélération de Coriolis s'écrit :

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{M/R'}$$

Or la vitesse de *M* s'écrit dans $\Re'$:

$$\vec{v}_{M/R'} = \vec{\omega'} \wedge \overrightarrow{AM}$$

On obtient après calcul du double produit vectoriel :

$$\vec{a}_c = -2\omega\omega' \overrightarrow{AM}$$

En regroupant les différents termes, on obtient finalement :

$$\vec{a}_{M/R} = -\omega^2 \overrightarrow{OA} - (\omega + \omega')^2 \overrightarrow{AM}$$

2. Utilisation du référentiel $\Re''$.

On applique la loi de composition des accélérations :

$$\vec{a}_{M/R} = \vec{a}_{M/R''} + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

* Dans $\Re''$ le point *M* est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon *AM* et de vitesse angulaire $\omega + \omega'$ d'où :

$$\vec{a}_{M/R''} = -(\omega + \omega')^2 \overrightarrow{AM}$$

* Comme le référentiel $\Re''$ est en translation, tous ses points fixes ont même accélération par rapport à $\Re$ en particulier celle du point *A*. Or ce point est animé d'un mouvement circulaire de centre *O*, uniforme de vitesse angulaire ω par rapport à $\Re$:

$$\vec{a}_e = -\omega^2 \overrightarrow{OA}$$

Remarque importante : *A* est le seul point fixe de $\Re''$ à décrire un cercle de centre *O*. Tous les autres points fixes de $\Re''$ décrivent des cercles, mais le centre de ces différents cercles diffère de *O*.

* L'accélération de Coriolis s'écrit :

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_{R''/R} \wedge \vec{v}_{M/R''}$$

Comme $\Re''$ est en translation par rapport à $\Re$, on a :

$$\omega_{R''/R} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_c = \vec{0}$$

En regroupant les différents termes, on obtient finalement :

$$\vec{a}_{M/R} = -\omega^2 \overrightarrow{OA} - (\omega + \omega')^2 \overrightarrow{AM}$$

www.kholaweb.com