

### M7.7. Mouvement de comètes.

Dans ce problème on étudie le mouvement de la Terre ou de comètes attirées par le Soleil, supposé avoir une masse très grande par rapport à celle des objets étudiés. Le repère associé au Soleil est supposé galiléen. L'énergie potentielle est prise égale à zéro quand la distance entre les objets cosmiques concernés tend vers l'infini.

On donne:

$G = 6,67 \cdot 10^{11}$ S.I	constante de la gravitation universelle
$M_o = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg	masse du Soleil
$R_o = 150 \cdot 10^6$ km	rayon de l'orbite terrestre supposée circulaire
$T_o = 1$ an	période de rotation de la terre autour du Soleil

1. Exprimer la vitesse  $V_o$  de la Terre par rapport au repère galiléen associé au Soleil en fonction de  $G$ ,  $M_o$  et  $R_o$ .
2. Exprimer en fonction de  $G$ ,  $M_o$ ,  $R_o$  et  $m$  (masse de la Terre) l'énergie cinétique, l'énergie totale, le moment cinétique de la terre par rapport au Soleil, et la période  $T_o$ . A quoi correspond la dernière de ces relations?

Une comète dont la trajectoire est coplanaire à l'orbite terrestre a une masse  $m_c$ . Son périhélie (point de passage le plus proche du Soleil) se trouve à la distance  $\frac{R_o}{2}$  du centre du soleil, la vitesse en ce point étant  $2V_o$ .

3. Calculer l'énergie totale de la comète et en déduire la nature de la conique qu'elle décrit.
4. Exprimer la vitesse de la comète en fonction de sa distance au centre du Soleil.
5. Déterminer l'équation polaire de la trajectoire de la comète : l'axe polaire sera choisi confondu avec l'axe focal, et orienté de façon qu'au cours du mouvement  $\theta$  soit une fonction croissante. Faire un schéma.
6. L'orbite de la Terre coupe celle de la comète en deux points  $A$  et  $B$ . Montrer que  $AB$  est un diamètre de l'orbite terrestre.

On étudie maintenant la comète de Halley dont l'orbite n'est pas dans le plan de l'orbite terrestre. Le périhélie de la comète de Halley se trouve à la distance  $0,6 R_o$  du centre du Soleil ; sa période est  $T = 76$  années terrestres.

7. Quelle est la nature de la conique décrite par la comète de Halley ? Donner l'expression de son équation polaire, l'axe polaire étant confondu avec l'axe focal. Faire un schéma.
8. Calculer l'excentricité  $e$  et le paramètre  $p$  de la comète.