M7.4. Freinage d’un satellite.

On travaille dans le référentiel géocentrique, de centre *O*, supposé galiléen (la masse *m* du satellite étant négligeable devant celle de la Terre de masse *M*).
Le satellite *S* est soumis à la force de gravitation :

$$\vec{f} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r$$

Dans le cas d’un mouvement circulaire, le vecteur vitesse est toujours orthogonal au vecteur position $\overrightarrow{OS} = r\vec{u}_r = (R+h)\vec{u}_r$. La force de gravitation a donc, dans cette configuration, une puissance nulle.
Le mouvement du satellite est circulaire uniforme .
On écrit le principe de la dynamique dans la base cylindro-polaire sachant que le mouvement est circulaire et uniforme :

$$v = r\dot{\theta}$$

$$\vec{f} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r = -m\frac{v^2}{r}\vec{u}_r$$

La vitesse du satellite a pour expression :

$$v = \left(\frac{GM}{R+h}\right)^{1/2}$$

La variation de la vitesse en fonction de l’altitude *h* est exprimée par :

$$\frac{dv}{dh} = \frac{1}{2}\left(\frac{GM}{R+h}\right)^{-1/2}\left(-\frac{GM}{(R+h)^2}\right)$$

$$\frac{dv}{dh} = -\frac{1}{2}\frac{GM}{v\left((R+h)^2\right)} \text{ or } GM = v^2(R+h)$$

$$\frac{dv}{dh} = -\frac{1}{2}\frac{v}{(R+h)}$$

Le mouvement étant quasi circulaire uniforme, on peut exprimer la vitesse en fonction de la période de révolution *T* :

$$v = 2\pi\frac{R+h}{T} \rightarrow \frac{v}{2(R+h)} = \frac{\pi}{T}$$

$$\frac{dv}{dh} = -\frac{\pi}{T}$$

$$\boxed{dv = -\frac{\pi}{T}dh}$$

Comme d*h* < 0 on a d*v* > 0. Sous l’effet des forces de frottement la vitesse du satellite augmente !
L’accroissement de l’énergie cinétique vient du fait qu’en valeur absolue, l’énergie dissipée est plus faible que la diminution de l’énergie potentielle de pesanteur. En effet :

$$\Delta E_m = W^{frottements} \rightarrow \Delta E_c = W^{frottements} - \Delta E_p$$

$$\Delta E_c > 0 \text{ si } W^{frottements} > \Delta E_p$$

$$\left|W^{frottements}\right| < \left|\Delta E_p\right|$$