

M7.2. Mouvement hyperbolique d'un satellite artificiel.

Un satellite artificiel A, de masse $m = 2000$ kg, est placé sur une orbite circulaire d'attente, de rayon $r_0 = R + h$ autour de la Terre ($h = 180$ km, $R = 6400$ km rayon de la Terre). Lorsque le satellite atteint un point M de cette trajectoire, on lui communique un excédent de vitesse. La nouvelle vitesse v_1 est tangente à l'orbite circulaire et vaut 14 km/s.

1. Exprimer en fonction de r_0 , G (constante de la gravitation) et M_T (masse de la Terre) la valeur v_0 de la vitesse lorsque le satellite est sur son orbite d'attente. Calculer numériquement v_0 ainsi que son énergie mécanique.
2. Montrer que la nouvelle trajectoire est contenue dans un plan que l'on déterminera et calculer la nouvelle valeur de l'énergie.
3. Etablir que l'équation de la trajectoire s'écrit dans ce plan :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$
 e et p étant deux constantes dont on donnera la signification, r la coordonnée radiale et θ l'angle que fait le rayon vecteur avec le rayon vecteur initial.
4. Exprimer p en fonction du moment cinétique et calculer sa valeur. En déduire e .

Données :

$$M_T = 6,02 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$$