M5.5. Oscillateur mécanique.

Un grand soin devra être apporté aux schémas et aux applications numériques.

On considère l'oscillateur mécanique représenté figure 1, composé d'une masse m et d'un ressort de constante de raideur k, l'ensemble étant suspendu au point P. La cote z_M du point M situé à la base de la masse est notée $z_o + \delta(t)$, où z_o désigne la cote de la position d'équilibre de M lorsque P est fixe en Po. Ce point P est maintenant animé autour de Po d'un mouvement sinusoïdal vertical, imposé par un vibreur et donné par $a(t) = a_o \cos \omega t$ avec $a_o > 0$. On suppose de plus que la masse m est soumise à une force de frottement fluide de type visqueux $\vec{F}_f = -\beta\dot{\delta}\vec{e}_z$ avec $\dot{\delta} = \dfrac{d\delta}{dt}$ et $\beta > 0$.

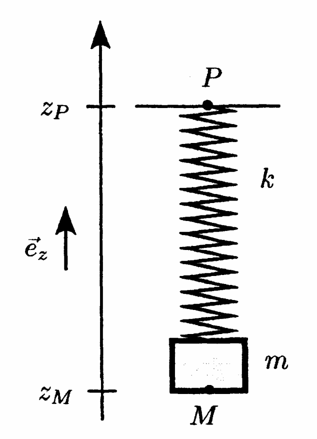

Figure 1

1. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par $\delta(t)$.
2. On se place en régime sinusoïdal forcé ; on note respectivement $\underset{\sim}{A}$ et $\underset{\sim}{B}$ les amplitudes complexes associées à $a(t) = Re(\underset{\sim}{A}\,e^{j\omega t})$ et à la vitesse $\dot{\delta}$ de la masse. Calculer le rapport $\underset{\sim}{B}/\underset{\sim}{A}$; le mettre sous la forme $(k/\beta)\underset{\sim}{H}(\omega)$ et exprimer $\underset{\sim}{H}(\omega)$ en fonction de ω, à l'aide des paramètres ω_0 et Q, où $\omega_o = \sqrt{k/m}$ et $Q = \dfrac{1}{\beta}\sqrt{mk}$.
3. Donner l'allure du graphe du module de $\underset{\sim}{H}(\omega)$ en fonction de ω ; on supposera $Q \gg 1$. Que représentent ω_0 et Q ?
4. Déterminer et faire un graphe de l'argument φ de $\underset{\sim}{H}(\omega)$ en fonction de ω. Sur quelle plage de pulsations se produisent essentiellement les variations de φ ?

   Calculer $\left.\dfrac{d\varphi}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_0}$ en fonction de Q et ω_0.