

M5.3. Mouvement sans suspension.

On note $\Re(\tilde{z})$ la partie réelle d'un nombre complexe \tilde{z} .

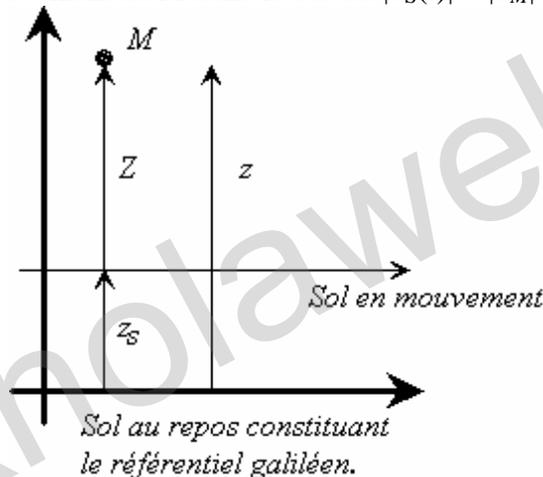
Données numériques : Champ de pesanteur : $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$.

Le système est un solide, assimilé à une masse ponctuelle M , simplement posé sur le sol, plan et horizontal. Les mouvements du sol et de la masse sont supposés purement verticaux. L'axe vertical Oz , de vecteur unitaire \vec{u}_z , est orienté vers le haut.

A partir de l'instant $t = 0$, le sol est animé de vibrations verticales d'élongation :

$$\vec{z}_s(t) = z_0(1 - \cos \omega t)\vec{u}_z$$

1. Écrire l'équation différentielle en z du mouvement de la masse dans le référentiel galiléen constitué du sol immobile dans les cas suivants :
 - a. La masse M reste en contact avec le sol lors du tremblement.
 - b. La masse M n'est plus en contact avec le sol lors du tremblement. Sa cote par rapport au sol en mouvement est alors notée Z .
 En déduire la valeur algébrique a_M de l'accélération $a_S(t)$ du sol qui sépare ces deux états de la masse M . Préciser le mouvement de M dans le cas où $|a_S(t)| < |a_M|$ à tout instant.



2. On suppose maintenant que l'accélération du sol peut dépasser a_M en valeur absolue.
 - 2.1. Déterminer la date t_D de décollage de la masse M du sol en vibration. En déduire l'altitude z_D à laquelle la masse M quitte le sol.
 - 2.2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'altitude maximale z_M atteinte en fonction de z_0 , ω et g .
 - 2.3. Calculer la durée de la phase de vol libre comprise entre l'instant du décollage de la masse et celui où elle repasse par l'altitude z_D .
3. Application : on considère une route imparfaitement plane, comportant une succession de bosses que l'on assimilera à une sinusoïde de période spatiale $\lambda = 2 \text{ m}$ et de hauteur crête-crête $2z_0 = 5 \text{ cm}$.
 - 3.1. Quelle est la vitesse maximale v_{max} à laquelle un véhicule totalement rigide peut parcourir cette route sans décoller ?
 - 3.2. Quelle est la hauteur atteinte par un véhicule roulant à une vitesse de 60 km/h ?
 - 3.3. Pendant combien de temps perd-on totalement le contrôle de ce véhicule ?