

### M5.3. Mouvement sans suspension.

On note  $\Re(\tilde{z})$  la partie réelle d'un nombre complexe  $\tilde{z}$ .

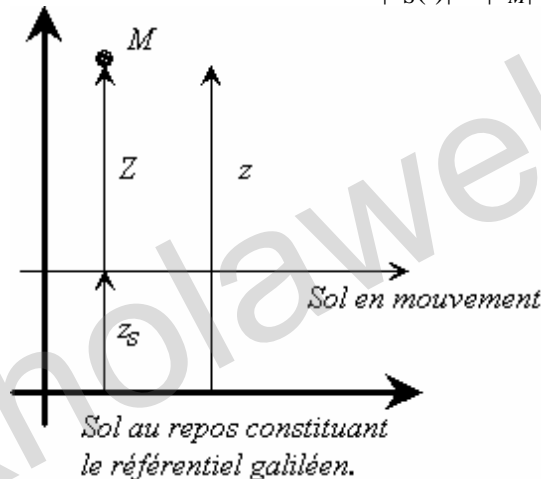
Données numériques : Champ de pesanteur :  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ .

Le système est un solide, assimilé à une masse ponctuelle  $M$ , simplement posé sur le sol, plan et horizontal. Les mouvements du sol et de la masse sont supposés purement verticaux. L'axe vertical  $Oz$ , de vecteur unitaire  $\vec{u}_z$ , est orienté vers le haut.

A partir de l'instant  $t = 0$ , le sol est animé de vibrations verticales d'élongation :

$$\vec{z}_s(t) = z_0(1 - \cos \omega t)\vec{u}_z$$

1. Écrire l'équation différentielle en  $z$  du mouvement de la masse dans le référentiel galiléen constitué du sol immobile dans les cas suivants :
  - a. La masse  $M$  reste en contact avec le sol lors du tremblement.
  - b. La masse  $M$  n'est plus en contact avec le sol lors du tremblement. Sa cote par rapport au sol en mouvement est alors notée  $Z$ .
 En déduire la valeur algébrique  $a_M$  de l'accélération  $a_S(t)$  du sol qui sépare ces deux états de la masse  $M$ . Préciser le mouvement de  $M$  dans le cas où  $|a_S(t)| < |a_M|$  à tout instant.



2. On suppose maintenant que l'accélération du sol peut dépasser  $a_M$  en valeur absolue.
  - 2.1. Déterminer la date  $t_D$  de décollage de la masse  $M$  du sol en vibration.  
En déduire l'altitude  $z_D$  à laquelle la masse  $M$  quitte le sol.
  - 2.2. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'altitude maximale  $z_M$  atteinte en fonction de  $z_0$ ,  $\omega$  et  $g$ .
  - 2.3. Calculer la durée de la phase de vol libre comprise entre l'instant du décollage de la masse et celui où elle repasse par l'altitude  $z_D$ .
3. Application : on considère une route imparfaitement plane, comportant une succession de bosses que l'on assimilera à une sinusoïde de période spatiale  $\lambda = 2 \text{ m}$  et de hauteur crête-crête  $2z_0 = 5 \text{ cm}$ .
  - 3.1. Quelle est la vitesse maximale  $v_{max}$  à laquelle un véhicule totalement rigide peut parcourir cette route sans décoller ?
  - 3.2. Quelle est la hauteur atteinte par un véhicule roulant à une vitesse de  $60 \text{ km/h}$  ?
  - 3.3. Pendant combien de temps perd-on totalement le contrôle de ce véhicule ?