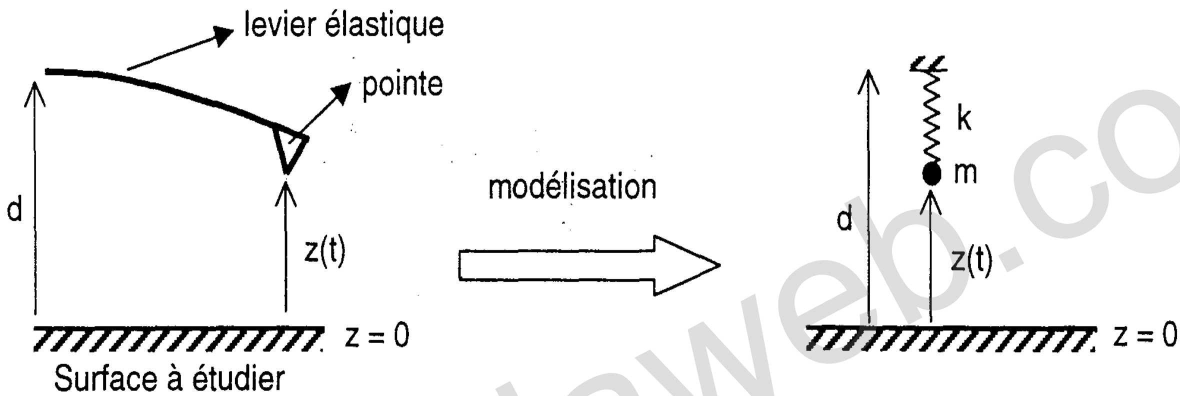
M4.7. Microscope à force atomique.

De nouvelles techniques dites de "microscopie à champ proche" se sont développées pour étudier les surfaces. Parmi ces techniques, le microscope à force atomique permet de déterminer les caractéristiques topographiques, électriques ou magnétiques de la surface étudiée en mesurant la force exercée sur une fine pointe fixée à l'extrémité d'un levier élastique et placée à une distance comprise entre une fraction et quelques dizaines de nanomètres de la surface. Ce problème étudie le comportement mécanique de l'ensemble levier-pointe dans un de ces modes de fonctionnement dit "contact".

Dans tout le problème, on modélise le système levier-pointe par une masse ponctuelle m fixée à un ressort sans masse, de <u>longueur à vide nulle</u> et de raideur k. La position instantanée de la pointe est notée $z(t)$, l'origine des ordonnées étant prise sur la surface à étudier. On note d la distance entre la surface et l'extrémité du ressort. On suppose de plus que l'interaction pointe-surface est décrite par une énergie potentielle notée $U(z)$. La force correspondante sera notée $F(z)$. <u>On néglige la force de pesanteur</u>.



En mode dit "contact", lorsque la pointe est approchée de la surface, elle est soumise à une force atomique qui induit une déflexion du levier que l'on peut mesurer optiquement avec une grande sensibilité. On s'intéresse ici à quelques aspects de ce mode de fonctionnement liés à la stabilité des positions d'équilibre de la pointe.

1. En supposant d fixée, et en notant z_0 une position d'équilibre de la pointe, écrire la condition d'équilibre de la pointe.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de la pointe.
   En posant $z = z_0 + \varepsilon$ avec $\varepsilon << z_0$ et en effectuant un développement limité de la force, montrer que la condition de stabilité de cet équilibre est :

$$k+\left(\frac{d^2U}{dz^2}\right)_{z=z_0} > 0$$

On suppose dans toute la suite de cette partie que $U(z)$ a pour expression:

$$U(z)=\frac{A}{z^7}-\frac{B}{z} \qquad \text{avec } A\approx 10^{-88}\ \mathrm{Jm}^7 \text{ et } B\approx 10^{-29}\ Jm.$$

3.a Représenter précisément les graphes de $U(z)$ et $F(z)$. Préciser les extremum et faire les applications numériques. Commenter.

3.b Proposer une méthode graphique pour déterminer les positions d'équilibre de la pointe lorsque d est fixée.

4. On suppose que la pointe est à l'équilibre à une distance z_0 de la surface telle qu'elle se trouve dans la partie répulsive de la courbe d'interaction ($F(z_0) > 0$). Cet équilibre est-il stable ? Montrer qu'une variation δd de la distance d entraîne une variation δz de la distance pointe surface donnée par : $\delta z = \delta d \left[1 - \frac{1}{k} \left(\frac{dF}{dz} \right)_{z_0} \right]^{-1}$

   En déduire que dans de telles conditions, une mesure de l'allongement du ressort lorsqu'on déplace la pointe au dessus de la surface donne directement la topographie de celle-ci.