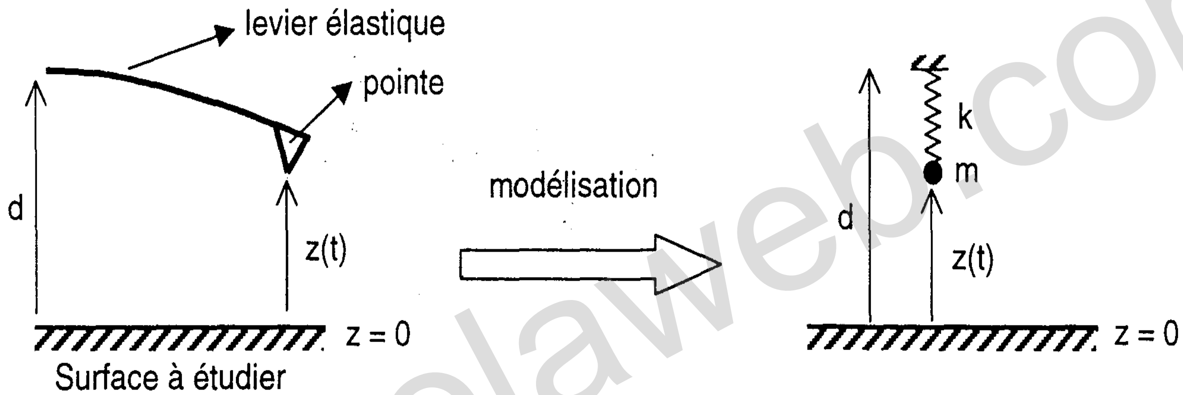
**M4.4. Microscope à force atomique.**

On étudie une technique dite de "microscopies à champ proche" : le microscope à force atomique qui permet de déterminer les caractéristiques topographiques, électriques ou magnétiques de la surface étudiée en mesurant la force exercée sur une fine pointe fixée à l'extrémité d'un levier élastique et placée à une distance comprise entre une fraction et quelques dizaines de nanomètres de la surface. Ce problème étudie le comportement mécanique de l'ensemble levier-pointe dans le mode dit « contact ».

Dans ce mode "contact", lorsque la pointe est approchée de la surface, elle est soumise à une force atomique qui induit une déflexion du levier que l'on peut mesurer optiquement avec une grande sensibilité. On s'intéresse ici à quelques aspects de ce mode de fonctionnement liés à la stabilité des positions d'équilibre de la pointe.

Dans tout le problème, on modélise le système levier-pointe par une masse ponctuelle $m$ fixée à un ressort sans masse, de <u>longueur à vide nulle</u> et de raideur $k$. La position instantanée de la pointe est notée $z(t)$, l'origine des ordonnées étant prise sur la surface à étudier. On note $d$ la distance entre la surface et l'extrémité du ressort. On suppose de plus que l'interaction pointe-surface est décrite par une énergie potentielle notée $U(z)$. La force correspondante sera notée $F(z)$. <u>On néglige la force de pesanteur</u>**.**




1. En supposant $d$ fixée, et en notant $z_0$ une position d'équilibre de la pointe, écrire la condition d'équilibre de la pointe.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de la pointe.
   En posant $z = z_0 + \varepsilon$ avec $\varepsilon << z_0$ et en effectuant un développement limité de la force, montrer que la condition de stabilité de cet équilibre est :
   $$k + \left(\frac{d^2U}{dz^2}\right)_{z=z_0} > 0$$
   On suppose dans toute la suite de cette partie que $U(z)$ a pour expression:
   $$U(z) = \frac{A}{z^7} - \frac{B}{z} \quad \text{avec } A \approx 10^{-88}\ \text{Jm}^7 \text{ et } B \approx 10^{-29}\ Jm.$$

3.a Représenter précisément les graphes de $U(z)$ et $F(z)$. Préciser les extremums et faire les applications numériques. Commenter.

3.b Proposer une méthode graphique pour déterminer les positions d'équilibre de la pointe lorsque $d$ est fixée.

4. On suppose que la pointe est à l'équilibre à une distance $z_0$ de la surface telle qu'elle se trouve dans la partie répulsive de la courbe d'interaction ($F(z_0) > 0$). Cet équilibre est-il stable ?
   Montrer qu'une variation $\delta d$ de la distance $d$ entraîne une variation $\delta z$ de la distance pointe surface donnée par : $\delta z = \delta d \left[1 - \frac{1}{k}\left(\frac{dF}{dz}\right)_{z_0}\right]^{-1}$
   En déduire que dans de telles conditions, une mesure de l'allongement du ressort lorsqu'on déplace la pointe au dessus de la surface donne directement la topographie de celle-ci.