

M3.8. Energie potentielle et stabilité d'une position d'équilibre.

Une particule P , supposée ponctuelle, de masse m , située en un point A de l'espace, repérée dans le référentiel galiléen $Oxyz$ par $\overrightarrow{OA} = r\vec{I}$ (\vec{I} est un vecteur unitaire suivant \overrightarrow{OA}), est soumise à deux forces \vec{F}_1 et \vec{F}_2 définies par:

$$\vec{F}_1 = -K_1\overrightarrow{OA} \text{ et } \vec{F}_2 = \frac{K_2}{r^2}\vec{I}$$

où K_1 et K_2 sont deux constantes positives. On néglige les forces de pesanteur et on se place dans le référentiel galiléen $Oxyz$.

1. Exprimer la force résultante \vec{F} que subit P en fonction de r et \vec{I} . Calculer la position d'équilibre r_o de P .
2. Montrer que \vec{F} dérive d'une énergie potentielle $V(r)$. La déterminer sachant que pour $r = r_o$,

$$V(r_o) = \frac{3}{2}(K_1K_2^2)^{1/3}$$

Déterminer, à partir de $V(r)$, si l'équilibre pour $r = r_o$ est stable, instable ou indifférent, lors d'un déplacement de P autour de r_o :

- i. le long de la droite OA
- ii. sur la sphère centrée sur O , de rayon r_o .