

M3.13. Mouvement d'une particule dans un champ de force dérivant de l'énergie potentielle $E_p = kxy$.

On considère le référentiel galiléen (R) muni de la base $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

On considère le point M de masse m , susceptible de se déplacer dans le plan xOy .

On suppose que M possède l'énergie potentielle $E_p = kxy$, avec k une constante positive.

- 1) Quelle est la dimension de k ? Justifier la réponse.
- 2) Déterminer la force \vec{F} qui dérive de E_p .
- 3) Calculer le travail W de \vec{F} lorsque M se déplace de O en $A(1, 1, 0)$. On donne $k = 5 \text{ USI}$.
Ce travail est-il moteur ou résistant ?
- 4a) On suppose que M ne subit pas à priori d'autre force que \vec{F} , montrer que l'énergie mécanique E_m est une constante.
- 4b) Exprimer l'énergie mécanique E_m de M en fonction de x, y, \dot{x}, \dot{y} .
La dérivation par rapport au temps de cette expression de E_m donne une relation (r) que l'on précisera entre $x, y, \dot{x}, \dot{y}, \ddot{x}, \ddot{y}$.
- 4c) Quelles sont les zones du plan xOy qui sont interdites pour M lorsque $E_m < 0$?
- 4d) On suppose que M est assujéti à se déplacer sans frottement sur la droite d'équation $y = d$ (avec d constante positive). Le point M subit alors la force \vec{F} et la réaction de la tige \vec{R} .
Montrer que la relation (r) reste valable dans ce cas, et déterminer $x(t)$ si M est lâché sans vitesse initiale du point $(x = 0, y = d, z = 0)$.