M2.1. Pendule conique.

On travaille dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On considère le point *M* de masse *m*. Les forces appliquées à ce système sont :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- la tension $\vec{T}$ du fil.

On applique la relation fondamentale de la dynamique à la masse *m* :

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}$$

Comme *r* et *z* sont des constantes, l'expression de l'accélération dans la base cylindro-polaire est :

$$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\,\vec{u_r} + r\ddot{\theta}\,\vec{u_\theta}$$

On projette la relation fondamentale dans la base cylindro-polaire liée au point *M* :

$$\begin{cases} (1) \quad -T\sin\alpha = -mr\dot{\theta}^2 \\ (2) \quad T\cos\alpha - mg = 0 \\ (3) \quad mr\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$$

(3) montre que le mouvement de *M* est uniforme.

(2) permet d'exprimer la valeur de la tension en fonction de celle du poids l'on injecte dans l'équation (1) :

$$g\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = r\dot{\theta}^2 = l\sin\alpha\frac{v^2}{l^2\sin^2\alpha}$$

On obtient finalement :

$$v = \sqrt{\frac{gl}{\cos\alpha}}\sin\alpha$$