M10.1. Influence de la force de Coriolis sur une balle de fusil.

1. Equations différentielles.
On étudie la balle dans le référentiel terrestre non galiléen. Ce système est soumis à :

- son poids (qui comptabilise la force d'inertie d'entraînement qui rend compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre).
- la force d'inertie de Coriolis.

La relation fondamentale s'écrit :

$$\vec{P} - m\vec{a_c} = m\vec{a}$$

soit :

$$\vec{g} - 2\vec{\omega} \wedge \vec{v} = \vec{a}$$

On projette cette équation dans un repère O*xyz* avec O*x* orienté vers l'est, O*y* vers le nord et O*z* vers le haut. On obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} \ddot{x} &= -2\omega(\dot{z}\cos\lambda - \dot{y}\sin\lambda) \\ \ddot{y} &= -2\omega\dot{x}\sin\lambda \\ \ddot{z} &= -g + 2\omega\dot{x}\cos\lambda \end{aligned}}$$

2. Hypothèses simplificatrices.
La trajectoire s'écarte peu de celle d'une droite et on peut alors considérer que :

$$\dot{y} \approx cte = v_o$$

On a alors :

$$\omega\dot{z} \ll \omega\dot{y} = \omega v_o$$
$$\omega\dot{x} \ll g$$

Les équations précédentes s'écrivent alors :

$$\ddot{x} = +2\omega v_o \sin\lambda$$
$$\ddot{y} = 0$$
$$\ddot{z} = -g$$

3. Position du point d'impact.
i) La première équation permet d'écrire en tenant compte des conditions initiales :

$$\dot{x} = +2\omega v_o t \sin\lambda$$
$$x = \omega v_o t^2 \sin\lambda$$

La durée *t* du parcours de la distance *l* est telle que :

$$l = v_o t$$

On obtient :

$$x = \omega\frac{l^2}{v_o}\sin\lambda \qquad x = 5.10^{-4} m$$

ii) La seconde équation intégrée deux fois donne :

$$y = v_o t = l \qquad y = 100\ m$$

iii) La dernière équation conduit à :

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}g\left(\frac{l}{v_o}\right)^2 \qquad |z| = 5{,}0.10^{-2} m$$