

M1.8. Mouvement d'un point matériel sur une spirale tracée sur un cône.

Soit C la courbe d' équations paramétriques, en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} x = r_0 e^{\theta} \cos \theta \\ y = r_0 e^{\theta} \sin \theta \\ z = a r_0 e^{\theta} \end{cases}$$

où r_0, a sont des constantes positives

Un point M se déplace sur C .

1. Déterminer les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération dans le cas où $\dot{\theta}$ est une constante.
En déduire l'expression du module de ces vecteurs.
2. Déterminer la position du point M en coordonnées cylindriques d'axe (Oz) , θ représentant l'angle entre l'axe (Ox) et le vecteur \overline{OH} , où H est la projection de M sur le plan (Oxy) .
3. Déterminer l'abscisse curviligne $s(\theta)$. On choisira $s(\theta = 0) = 0$ et on orientera la courbe dans le sens des θ croissants.
4. On suppose que le mouvement de M sur C est uniforme et que $\theta(0) = 0$.
On pose $v > 0$. Déterminer la loi du mouvement $\theta(t)$.