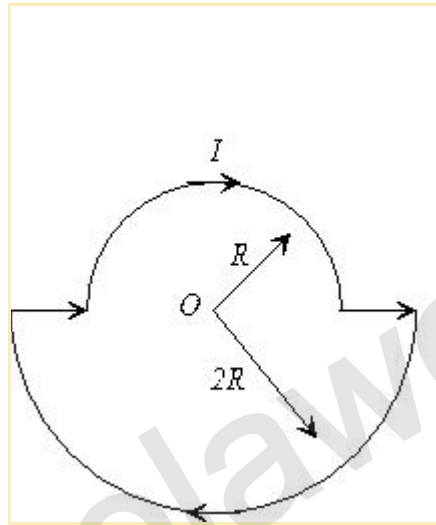


EM6.6. Champ magnétique créé par deux demi-spires.

Enoncé.

On considère le circuit filiforme parcouru par un courant I et ayant la forme suivante :



Les demi-spires ont le même centre O .

Déterminer le champ magnétique créé au point O .

EM6.6. Champ magnétique créé par deux demi-spires.

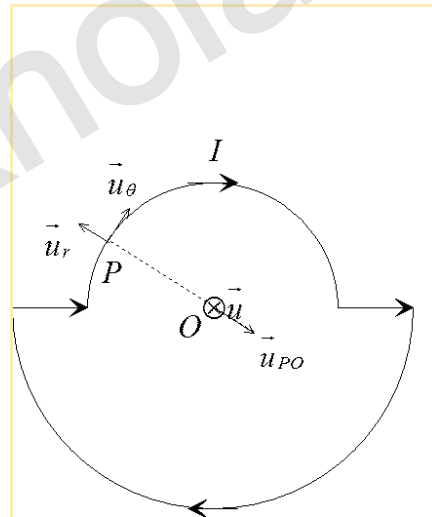
Corrigé.

On utilise le principe de superposition et la loi de Biot et Savart pour déterminer le champ magnétique en ce point O :

$$\vec{B}(O) = \vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}}(O) + \vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{haute}}}(O) + \vec{B}_{\substack{\text{fils} \\ \text{rectilignes}}}(O)$$

Les parties horizontales du circuit créent au point O un champ magnétique $\vec{B}_{\substack{\text{fils} \\ \text{rectilignes}}}(O)$ nul car en chaque point P de ces portions du circuit l'élément de longueur $d\vec{l}$ du circuit et le vecteur \vec{PO} sont colinéaires. D'autre part le plan de la figure est un plan de symétrie de la distribution de courants, $\vec{B}(O)$ est donc perpendiculaire à ce plan.

Les deux demi-spires parcourues par des courants de sens contraire créent des champs de même sens orientés par un vecteur unitaire \vec{u} perpendiculaire au plan de la figure et dirigé vers l'arrière ($\otimes \vec{u}$) de la figure.



Le champ total s'écrit alors :

$$\vec{B}(O) = \left(\left\| \vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}}(O) \right\| + \left\| \vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{haute}}}(O) \right\| \right) \vec{u}$$

Pour déterminer le champ engendré par une demi-spire de rayon r on écrit la loi de Biot et Savart :

$$\vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_{PO}}{PO^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}} \frac{rd\theta \vec{u}_\theta \wedge (-\vec{u}_r)}{r^2}$$

$$\vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}} d\theta \vec{u}$$

$$\vec{B}_{\substack{1/2\text{spire} \\ \text{basse}}}(O) = \frac{\mu_0 I}{4r} \vec{u}$$

On obtient ainsi :

$$\vec{B}(O) = \left(\frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{8R} \right) \vec{u} = \frac{3\mu_0 I}{8R} \vec{u}$$