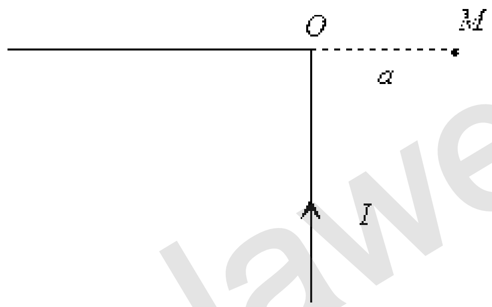
EM6.4. Champ magnétique d'un circuit coudé à angle droit.

Enoncé.

Un fil, de longueur infinie, parcouru par un courant I est courbée à angle droit en O.

Déterminer le champ magnétique en un point M, situé à distance a de O comme le montre la figure suivante :



EM6.4. Champ magnétique d'un circuit coudé à angle droit.

Corrigé.

On utilise le principe de superposition et la loi de Biot et Savart pour déterminer le champ magnétique en ce point M :

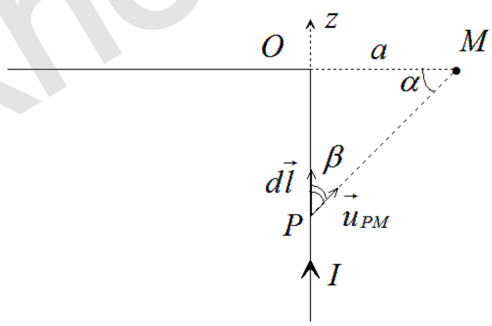
$$\vec{B}(M) = \vec{B}_{hor}(M) + \vec{B}_{ver}(M)$$

La partie horizontale du circuit crée au point M un champ magnétique $\vec{B}_{hor}(M)$ nul car en chaque point P de cette portion de fil l'élément de longueur $d\vec{l}$ et le vecteur $\overrightarrow{PM}$ sont colinéaires.

Pour la partie verticale du fil:

$$\vec{B}_{ver}(M) = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{-\infty}^{0} \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2}$$

$$\vec{B}_{ver}(M) = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{-\infty}^{0} \frac{dz \sin\beta}{PM^2} \vec{u}_\theta = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{-\infty}^{0} \frac{dz \cos\alpha}{PM^2} \vec{u}_\theta$$



Les variables z, α, PM sont liées. On exprime alors l'intégrale uniquement en fonction de la variable angulaire α . On a :

$$\tan\alpha = \frac{z}{a} \qquad dz = a\frac{1}{\cos^2\alpha} d\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{PM} \qquad \frac{1}{PM^2} = \frac{\cos^2\alpha}{a^2}$$

On obtient en remplaçant :

$$\vec{B}_{ver}(M) = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{a\cos\alpha \cos^2\alpha}{a^2 \cos^2\alpha} d\alpha \vec{u}_\theta = \frac{\mu_o I}{4\pi a} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \cos\alpha d\alpha \vec{u}_\theta$$

$$\vec{B}_{ver}(M) = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\left[\sin 0 - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]\vec{u}_\theta$$

$$\vec{B}_{ver}(M) = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\vec{u}_\theta$$