**EM5.5. Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.**

Charge de l'électron (module) $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ;

Masse d'un proton : $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg ;

Masse d'un électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ;

1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J ;

On se place dans le cadre de la mécanique newtonienne et on néglige toutes les forces autres que la force magnétique.

Une particule, de masse $m$ et de charge $q$, est soumise à l'action d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et permanent (indépendant du temps) dans le référentiel $R(Oxyz)$ supposé galiléen. On appelle respectivement $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$ les vecteurs unitaires des axes $Ox$, $Oy$ et $Oz$. Le champ magnétique $\vec{B}$ est colinéaire à $Oz$ : $\vec{B} = B\vec{u}_z$ ($B$>0). On note $\omega = \dfrac{qB}{m}$.

La vitesse $\vec{v}$ de la particule a pour composantes $v_x, v_y$ et $v_L$ : $\vec{v} = v_x\vec{u}_x + v_y\vec{u}_y + v_L\vec{u}_z$ ; on pose $\vec{v}_\perp = v_x\vec{u}_x + v_y\vec{u}_y$ et $\vec{v}_L = v_L\vec{u}_z$ ; $\vec{v}_\perp$ et $\vec{v}_L$ désignent ainsi les composantes de la vitesse $\vec{v}$ respectivement perpendiculaire et parallèle au champ $\vec{B}$. La norme du vecteur $\vec{v}_\perp$ est notée $v_\perp$. À l'instant initial, la particule se trouve en $O$ avec la vitesse : $\vec{v}_o = v_{\perp o}\vec{u}_x + v_{Lo}\vec{u}_z$ $(v_{\perp o} > 0, v_{Lo} > 0)$

1. Montrer que l'énergie cinétique $Ec$ de la particule est une constante du mouvement.
2. Montrer que $\vec{v}_L$ est une constante du mouvement. En déduire que $v_\perp$ est également constant au cours du mouvement. On pose $E_{c\perp} = \dfrac{1}{2}mv_\perp^2$.

On étudie la projection du mouvement de la particule dans le plan $P_\perp$ perpendiculaire à $\vec{B}$.

3. Déterminer les composantes $v_x$ et $v_y$ de la vitesse de la particule en fonction de $v_{\perp o}, \omega$ et du temps $t$.
4. En déduire les coordonnées $x$ et $y$ de la particule à l'instant $t$.
5. Montrer que la projection de la trajectoire de la particule dans le plan $P_\perp$ est un cercle $\Gamma$ de centre $C$ (centre guide) et de rayon $a$ (rayon de giration). Déterminer les coordonnées $x_C$ et $y_C$ de $C$, le rayon $a$ et la période de révolution $T_1$ de la particule sur ce cercle en fonction de $v_{\perp o}$ et $\omega$.
6. Tracer, avec soin, le cercle $\Gamma$ dans le plan $P_\perp$, dans le cas d'un proton, puis dans le cas d'un électron. Préciser en particulier les sens de parcours de chaque particule sur $\Gamma$.
7. L'orbite circulaire $\Gamma$ peut être assimilée à une petite spire de courant. Déterminer l'intensité $i$ de ce courant associé au mouvement de la particule sur $\Gamma$.
8. Quelle est la trajectoire de la particule chargée? Expliquer pourquoi elle s'enroule sur un tube de champ du champ $B$.
9. On peut décomposer le mouvement de la particule en un mouvement sur un cercle dont le centre $C$ se déplace à la vitesse $\vec{v}_L$ le long de $Oz$. Quelle distance $b$ parcourt le centre $C$ sur $Oz$ durant la période $T_1$. Exprimer $b$ en fonction de $v_L$ et $\omega$. Comparer $b$ et $a$ dans le cas où $v_{Lo}^2 = \dfrac{v_{\perp o}^2}{10}$.