

**EM11.7. Propagation d'une onde dans un plasma.**

Un plasma est constitué d'électrons de masse  $m$ , de charge électrique  $-e$ , de densité particulière  $n$ , et d'ions de charge électrique  $q$  et de densité particulière  $N$ . La densité de charge totale est nulle. Le mouvement des ions est négligé et celui des électrons, non relativistes, est décrit par le vecteur  $\vec{v}$ . Avec ces hypothèses, on cherche des solutions des équations de Maxwell sous la forme d'ondes planes monochromatiques de vecteur d'ondes  $\vec{k}$ , dont le champ électrique est noté :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

1. Déterminer le champ magnétique. Commenter le résultat.
2. Déterminer l'amplitude  $\vec{j}_{v0}$  du vecteur densité volumique de courant  $\vec{j}_v$  de l'onde  $\vec{j}_v(\vec{r}, t) = \vec{j}_{v0} \exp j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  en fonction de celle du champ électrique de l'onde.
3. En précisant les hypothèses et en étudiant le mouvement des électrons, exprimer la constante  $\alpha$  telle  $\vec{j}_v(\vec{r}, t) = -j \frac{\alpha}{\omega} \vec{E}$ .
4. En déduire la relation de dispersion  $\omega = \omega(k)$  liant la pulsation de l'onde et la norme de son vecteur d'onde.
5. En posant  $\alpha = \epsilon_0 c^2 K^2$ , calculer les vitesses de phase et de groupe en fonction de  $k$  et  $K$ .
6. Deux trains d'ondes de longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont émis au même instant par un système situé à  $L$ . En supposant  $K^2 \lambda_1^2$  et  $K^2 \lambda_2^2 \ll 1$ , montrer que ces signaux sont reçus avec un décalage  $\delta t = t_2 - t_1$  à déterminer en fonction de  $L, K, c$  et des longueurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .