**E7.5. Puissance moyenne maximale.**

**1. Puissance moyenne absorbée par la résistance *R*.**

Soit $U$ la tension efficace aux bornes de la résistance et $I$ l'intensité efficace la traversant.

La puissance moyenne échangée par ce dipôle avec le reste du circuit est $P = UI$ car dans le cas d'un conducteur ohmique le facteur de puissance est égal à 1. Comme $U = RI$, on a $P=RI^2$.
Pour déterminer l'expression de $I$, on utilise la notation complexe :

$$\tilde{E}_o = \left(R + jL_1\omega\right)\tilde{I} \;\Rightarrow\; I = \frac{E_o}{\sqrt{R^2 + \left(L_1\omega\right)^2}}$$

On obtient finalement pour la puissance l'expression :

$$P = R\frac{E_o^2}{R^2 + \left(L_1\omega\right)^2}$$

**2. Expression de la résistance.**

La valeur particulière se détermine en recherchant l'extremum de la fonction $P(R)$ supposé ici un maximum.

$$\frac{dP}{dR} = E_o^2\frac{\left(R^2 + \left(L_1\omega\right)^2\right) - 2R^2}{\left(R^2 + \left(L_1\omega\right)^2\right)^2}$$

$$\left(\frac{dP}{dR}\right)_{R=R_o} = 0 \text{ pour } R_o = L_1\omega$$

**3. Valeur de l'inductance.**

$$L_1 = \frac{R_o}{\omega} \qquad L_1 = \frac{12}{100\times 3{,}14} = 3{,}8.10^{-2}\ \text{H}$$

**4. Valeur maximale de la puissance.**

$$P_M = R_o\frac{E_o^2}{R_o^2 + \left(L_1\omega\right)^2} = \frac{R_oE_o^2}{2R_o^{\ 2}}$$

$$P_M = \frac{E_o^2}{2R_o} \qquad P_M = 2{,}0\ \text{kW}$$

**5. Calcul de l'inductance.**

A partir de l'expression de la question 1 :

$$P_1 = R_1\frac{E_o^2}{R_1^2 + \left(L_1\omega\right)^2} = \frac{R_1E_o^2}{R_1^2 + R_o^2}$$

$$P_1R_1^2 - E_o^2R_1 + P_1R_o^2 = 0$$

$$R_1^2 - \frac{E_o^2}{P_1}R_1 + R_o^2 = 0$$

On recherche la racine positive de cette équation :

$$\Delta = \left(\frac{E_o^2}{P_1}\right)^2 - 4R_o^2$$

$$R_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{E_o^2}{P_1} + \sqrt{\left(\frac{E_o^2}{P_1}\right)^2 - 4R_o^2}\right)$$

$$R_1 = 16\ \Omega$$

**6. Valeur de la capacité.**

Lorsque la tension aux bornes du générateur est en phase avec l'intensité qu'il débite, l'admittance globale du circuit est alors un réel positif.

$$\tilde{Y} = \frac{1}{jL_o\omega} + jC\omega + \frac{1}{R_1 + jL_1\omega}$$

$$\tilde{Y} = \frac{R_1 - jL_1\omega}{R_1^2 + (L_1\omega)^2} + j\left(C\omega - \frac{1}{L_o\omega}\right)$$

$$\tilde{Y} = \frac{R_1 + j\left[\left(C\omega - \frac{1}{L_o\omega}\right)\left(R_1^2 + (L_1\omega)^2\right) - L_1\omega\right]}{R_1^2 + (L_1\omega)^2}$$

$$\tilde{Y} = \frac{R_1 + j\left[\left(C\omega - \frac{1}{L_o\omega}\right)\left(R_1^2 + R_o^2\right) - R_o\right]}{R_1^2 + R_o^2}$$

La partie imaginaire s'annule pour :

$$C\omega - \frac{1}{L_o\omega} = \frac{R_o}{R_1^2 + R_o^2}$$

$$C = \left(\frac{1}{L_o\omega} + \frac{R_o}{R_1^2 + R_o^2}\right)\frac{1}{\omega}$$

$$C = 1{,}06.10^{-4}\ \text{F}$$