E6.5. Filtre avec AO.

1. Fonction de transfert.

On applique le théorème de Millman aux nœuds - et B :

$$\widetilde{V-}\left(\frac{1}{R}+jC\omega\right)=jC\omega\widetilde{Vs}+\frac{\widetilde{V_B}}{R}$$

Comme l'amplificateur opérationnel est idéal et en régime linéaire on a :

$$\widetilde{V-}=\widetilde{V+}=0$$

D'où :

$$\widetilde{V_B}=-jx\widetilde{Vs}$$

Au noeud B on obtient :

$$\widetilde{V_B}\left(\frac{3}{R}+jC\omega\right)=\frac{\widetilde{Ve}}{R}+\frac{\widetilde{Vs}}{R}\quad\Rightarrow\quad\widetilde{V_B}(3+jx)=\widetilde{Ve}+\widetilde{Vs}$$

En combinant les deux équations :

$$-jx\widetilde{Vs}(3+jx)=\widetilde{Ve}+\widetilde{Vs}$$

On obtient finalement pour la fonction de transfert :

$$\boxed{\widetilde{H}=\frac{-1}{1-x^2+3jx}}$$

2. Courbes de réponse en gain et en phase.

Le gain du montage exprimé en dB s'écrit :

$$G_{dB}=-10\log\left((1-x^2)^2+9x^2\right)$$

La courbe de réponse en gain admet :

- en basse fréquence : une asymptote horizontale à G_{BF} = 0 dB
- en haute fréquence : une asymptote passant par l'origine de pente - 40 dB/ décade. G_{HF} = -40 log x = -40 X
- pour *x* = 1, *GdB* = -9,5 dB

Le diagramme asymptotique est la réunion des deux asymptotes haute et basse fréquence limitées à leur point de concours I.

La qualité de cette représentation s'évalue en calculant en *x* = 1 l'écart entre la représentation asymptotique et la réponse en gain :

$$\Delta G_{dB}=G_{dB}(x=1)-G_{dB}(I)=-9{,}5\,dB$$

L'argument de la fonction de transfert est :

$$\varphi=\arg(-1)-\arg\left(1-x^2+3jx\right)=\pi-\arg\left(1-x^2+3jx\right)$$

- Pour *x* > 1 :

  $$1-x^2<0$$

  $$\varphi=\pi-\pi-\arctan\left(\frac{3x}{1-x^2}\right)=-\arctan\left(\frac{3x}{1-x^2}\right)$$

  $\varphi\to 0$ pour $x\to\infty$

- Pour *x* = 1+ :

  $$\varphi=\frac{\pi}{2}$$

- Pour *x* <1 :

$$1 - x^2 > 0$$
$$\varphi = \pi - \arctan\left(\frac{3x}{1 - x^2}\right)$$
$\varphi \to \pi$ pour $x \to 0$

- Pour $x = 1 -$
  $\varphi = \frac{\pi}{2}$

3. Diagramme de Bode.