

E5.3. Circuit passe bas du second ordre.

1. Fonction de transfert.

Le montage réalise un pont diviseur de tension. Soit \tilde{Z} l'impédance de la portion de circuit en parallèle. On a :

$$\tilde{H} = \frac{\tilde{Z}}{\tilde{Z} + jL\omega} = \frac{1}{1 + \frac{jL\omega}{\tilde{Z}}}$$

$$\tilde{H} = \frac{1}{1 + jL\omega \left(\frac{1}{R} + jC\omega \right)} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + j\frac{L}{R}\omega}$$

$$\boxed{\tilde{H}(jx) = \frac{1}{1 - x^2 + jQx}}$$

2. Etude des variations de la courbe de réponse en gain.

La courbe de réponse en gain a pour expression :

$$G_{dB} = -10 \log \left[(1 - x^2)^2 + x^2 Q^2 \right]$$

Cette courbe de réponse en gain admet :

- en basse fréquence : une asymptote horizontale à $G_{BF} = 0$ dB
- en haute fréquence : une asymptote passant par l'origine de pente -40 dB/décade
 $G_{HF} = -40 \log x = -40 X$

Le diagramme asymptotique est la réunion des deux asymptotes haute et basse fréquence limitées à leur point de concours I.

La qualité de cette représentation s'évalue en calculant en $x = 1$ l'écart entre la représentation asymptotique et la réponse en gain :

$$\Delta G_{dB} = G_{dB}(x = 1) - G_{dB}(I) = -20 \log Q$$

Cet écart peut prendre une valeur élevée si l'amortissement du circuit est faible, c'est à dire si le facteur de qualité Q du circuit est grand.

Il faut donc préciser les variations de la courbe de réponse en gain suivant la valeur du facteur de qualité.

Soit :

$$f(x) = (1 - x^2)^2 + x^2 Q^2$$

Cette fonction passe par un extremum s lorsque sa dérivée s'annule :

$$\frac{df}{dx} = 2x(Q^2 - 2(1 - x^2)) = 0$$

On obtient :

$$x_s = 0$$

$$x_s = \sqrt{1 - \frac{Q^2}{2}} \quad \text{pour } Q < \sqrt{2}$$

Dans le cas où $Q < \sqrt{2}$ on a :

$$x_s < 1 \Rightarrow X_s = \log x_s < 0$$

$$G_{dB}(x_s) = -10 \log \left(Q^2 - \frac{Q^4}{4} \right) > 0$$

On peut remarquer que pour :

$$Q \ll \sqrt{2} \text{ on a } x_s \approx 1 \text{ et } G_{dB} \rightarrow \infty$$

$$Q \rightarrow \sqrt{2} \text{ on a } x_s \rightarrow 0 \text{ et } G_{dB} \rightarrow 0$$

3. Courbe de réponse en gain.

