E5.1. Pont de WIEN

1. Fonction de transfert.

Soient Z_1 l'impédance de la portion (R, C) série et Z_2 celle de la portion (R, C) parallèle. Le circuit forme un pont diviseur de tension au niveau des deux associations précédentes. On a :

$$\widetilde{H} = \frac{\widetilde{Z_2}}{\widetilde{Z_2} + \widetilde{Z_1}} = \frac{1}{1 + \frac{\widetilde{Z_1}}{\widetilde{Z_2}}} = \frac{1}{1 + \left(R + \frac{1}{jC\omega}\right)\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)}$$

$$\boxed{\widetilde{H}(jx) = \frac{1}{3 + j(x - \frac{1}{x})}}$$

2. Courbe de réponse en gain. Bande passante.

Le gain exprimé en décibels a pour expression :

$$GdB = 20 \log \left| \widetilde{H}(jx) \right| = -10 \log \left(9 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^2\right)$$

La courbe de réponse en gain admet :

- en basse fréquence : une asymptote passant par l'origine de pente + 20 dB/ décade
  $G_{BF} = 20 \log x = 20 X$
- en haute fréquence :
  une asymptote passant par l'origine de pente - 20 dB/décade
  $G_{HF} = -20 \log x = -20 X$

Le diagramme asymptotique est la réunion des deux asymptotes haute et basse fréquence limitées à leur point de concours I.

La qualité de cette représentation s'évalue en calculant en $x = 1$ l'écart entre la représentation asymptotique et la réponse en gain :

$$\Delta GdB = GdB(I) - GdB(x = 1) = 20 \log 3 = 9{,}5\, dB$$

Cet écart n'est pas trop important.

Le filtre se comporte comme un passe-bande.

On détermine à présent sa bande passante.

Les limites de la bande passante sont données par l'équation :

$$H(x) = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{9 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$(x - \frac{1}{x})^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x - \frac{1}{x} = \pm 3$$

$$x^2 \mp 3x - 1 = 0$$

On ne conserve que les racines positives de ces deux équations :

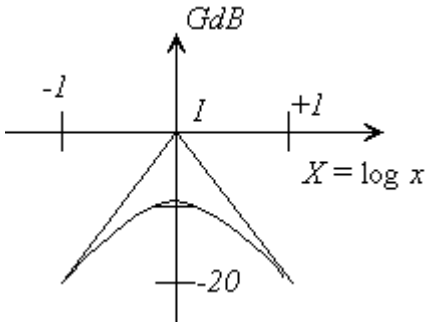
$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \quad ; \quad x_2 = \frac{+3 + \sqrt{13}}{2}$$

$X_1 = -0{,}52$; $X_2 = +0{,}52$

La largeur de la bande passante à pour expression :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad \Delta\omega = \frac{3}{RC}$$

www.kholaweb.com



3. Comportement de la phase.

L'argument de la fonction de transfert est donné par :

$$\varphi = -\arctan \frac{x - \frac{1}{x}}{3}$$

La courbe de réponse en phase passe le point ($X = 0, \varphi = 0$) et admet :

- en basse fréquence :
  une asymptote horizontale $\varphi = \pi/2$.
- en haute fréquence :
  une asymptote horizontale $\varphi = -\pi/2$.

www.kholaweb.com