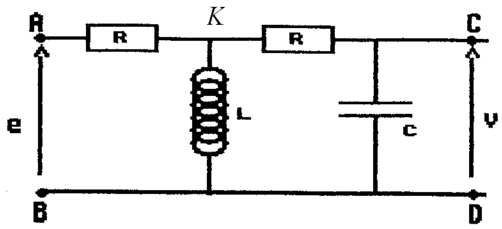
E4.5. Détermination des caractéristiques d'une tension.

La tension *v* recherchée est de la forme : $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$. Les caractéristiques de cette tension sont sa phase φ et son amplitude V_m. Pour déterminer ces grandeurs on utilise la notation complexe :

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi) \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{v}(t) = V_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \tilde{V}_m e^{j\omega t}$$



On introduit le point *K*, et on applique le théorème de Millman en ce point en posant $\tilde{V}_B = \tilde{V}_D = 0$ et en remarquant alors que $\tilde{V}_A = E$ et que $\tilde{V}_C = \tilde{V}_m$. On obtient ainsi :

$$\tilde{V}_K\left(\frac{2}{R} + \frac{1}{jL\omega}\right) = \frac{E}{R} + \frac{\tilde{V}_m}{R} \quad \rightarrow \quad \tilde{V}_K\left(2 - j\frac{R}{L\omega}\right) = E + \tilde{V}_m$$

Comme :

$$LC\omega^2 = RC\omega \text{ on a } L\omega = R$$

D'où :

$$\tilde{V}_K(2 - j) = E + \tilde{V}_m \quad \text{(éq.1)}$$

Pour expliciter le potentiel en *K*, on utilise de nouveau le théorème de Millman et cette fois en *C*. (Ici il ne faut pas appliquer ce théorème en *A* car on ne connait pas l'intensité débitée par le générateur de f.e.m *e* dans le circuit. N'oublions pas que le théorème de Millman traduit la loi des nœuds.).

Comme $\tilde{V}_C = \tilde{V}_m$, on a :

$$\tilde{V}_m\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right) = \frac{\tilde{V}_K}{R}$$

$$\tilde{V}_m(1 + jRC\omega) = \tilde{V}_K \text{ or } RC\omega = 1$$

$$\tilde{V}_m(1 + j) = \tilde{V}_K \quad \text{(éq.2)}$$

En substituant (éq.2) dans (éq.1) il vient :

$$\tilde{V}_m(1 + j)(2 - j) = E + \tilde{V}_m$$

$$\tilde{V}_m\left((1 + j)(2 - j) - 1\right) = E$$

$$\tilde{V}_m(2 + j) = E$$

$$\tilde{V}_m = \frac{E}{2 + j}$$

L'amplitude V_m de la tension *v* est égale au module de $\tilde{V}_m$:

$$V_m = \left|\tilde{V}_m\right| = \frac{E}{|2 + j|} = \frac{E}{\sqrt{5}}$$

La phase φ de la tension v (qui est ici identique au déphasage de v par rapport à e) est égale à l'argument de l'amplitude complexe :

$$\varphi = \arg\left(\widetilde{V}_m\right) = \arg\left(\frac{E}{2+j}\right) = \arg E - \arg\left(2+j\right) = -\arg\left(2+j\right)$$

$$\rho = -\arctan\left(\frac{1}{2}\right) = -0,46 \text{ rad}$$