E3.1. Circuit RC série soumis à une tension carrée.

1. Equation différentielle vérifiée par *u*.

La loi des mailles permet d'écrire :

$$e = Ri + u$$

On peut exprimer l'intensité *i* en fonction de *u* :

$$u = \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad i = C\frac{du}{dt}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\boxed{\frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u = \frac{e}{RC}}$$

2. Loi *u*(*t*).

- Pour *t* < *T*.

La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$u = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$$

La continuité de la tension aux bornes du condensateur permet de déterminer l'expression de la constante *A* d'intégration :

$$u(0) = A + E = 0 \quad \Rightarrow A = -E$$

On obtient :

$$\boxed{u = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

- Pour *t* > *T*.

La solution de l'équation différentielle est de la forme :

$$u = A'e^{-\frac{t}{RC}}$$

La continuité de la tension aux bornes du condensateur permet de déterminer l'expression de la constante *A'* d'intégration :

$$u(T^-) = u(T^+) \quad \Rightarrow \quad E(1 - e^{-\frac{T}{RC}}) = A'e^{-\frac{T}{RC}}$$

$$A' = E(e^{+\frac{T}{RC}} - 1)$$

On obtient finalement :

$$\boxed{u = E(e^{+\frac{T}{RC}} - 1)e^{-\frac{t}{RC}}}$$

3. Loi *i*(*t*).

D'après la loi des mailles :

$$i = \frac{e - u}{R}$$

- Pour *t* < *T*.

On a :

$$e = E$$

$$u = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

On obtient :

$$\boxed{i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}}$$

- Pour $t > T$.

$e = 0$

$$u = E(e^{+\frac{T}{RC}} - 1)e^{-\frac{t}{RC}}$$

On obtient :

$$\boxed{i = -\frac{u}{R} = -\frac{E}{R}(e^{+\frac{T}{RC}} - 1)e^{-\frac{t}{RC}}}$$